

# Inhalt

## Kapitel I

### Lineare Approximationen

	Seite
§ 1. Das allgemeine lineare Approximationsproblem . . . . .	1
1.1. Problemstellung. Existenzsatz . . . . .	1
1.2. Strikt konvexe Räume. Hilbert-Raum . . . . .	1
1.3. Maximale lineare Funktionale . . . . .	4
§ 2. Dichte Systeme . . . . .	5
2.1. Ein allgemeines Kriterium von BANACH . . . . .	5
2.2. Approximationssätze von WEIERSTRASS und MÜNTZ . . . . .	6
2.3. Approximationssätze im Komplexen . . . . .	10
§ 3. Allgemeine Theorie linearer Tschebyscheff-Approximationen . . . . .	13
3.1. Grundlagen. Der Satz von KOLMOGOROFF . . . . .	13
3.2. Der Eindeutigkeitsatz von HAAR. Lineare Punktfunktionale und Alternanten . . . . .	15
3.3. Weitere Eindeutigkeitsaussagen . . . . .	22
3.4. Invarianzen . . . . .	24
3.5. Vektorwertige Funktionen . . . . .	26
§ 4. Spezielle Tschebyscheff-Approximationen . . . . .	27
4.1. Tschebyscheffsche Systeme . . . . .	27
4.2. Tschebyscheffsche Polynome . . . . .	30
4.3. Die Funktion $(x - a)^{-1}$ . . . . .	32
4.4. Ein Problem von BERNSTEIN und ACHIESER . . . . .	34
4.5. SOLOTAREFFs Aufgabe . . . . .	40
§ 5. Abschätzungen der Größenordnung des Fehlers bei trigonometrischer und bei polynomialer Approximation . . . . .	43
5.1. Projektionsoperatoren. Lineare Polynomoperatoren. Der Satz von BERMAN . . . . .	43
5.2. Der Zusammenhang von trigonometrischer und polynomialer Approximation . . . . .	44
5.3. Der Fejér-Operator . . . . .	46
5.4. Die Operatoren von KOROVKIN . . . . .	48
5.5. Die Sätze von D. JACKSON . . . . .	51
5.6. Die Sätze von BERNSTEIN und ZYGMUND . . . . .	56
5.7. Einige Ergänzungen . . . . .	63
§ 6. Polynomapproximationen . . . . .	70
6.1. Grundlagen . . . . .	70
6.2. Obere Abschätzungen für $E_n(f)$ . . . . .	76
6.3. Untere Abschätzungen für $E_n(f)$ . . . . .	79
6.4. Approximation auf kleinen Intervallen . . . . .	82
6.5. Asymptotische Aussagen . . . . .	83
6.6. Aussagen über Alternanten . . . . .	94

§ 7. Numerische Verfahren bei linearen Tschebyscheff-Approximationen . . .	98
7.1. Iterationsmethoden nach REMEZ . . . . .	98
7.2. Ausgangsnäherungen . . . . .	110
7.3. Direkte Verfahren . . . . .	116
7.4. Diskretisierung. Weitere Verfahren . . . . .	118

## Kapitel II

### Nicht-lineare Approximationen

§ 8. Allgemeine Theorie nicht-linearer Tschebyscheff-Approximationen . .	125
8.1. Problemübersicht. Verallgemeinerung des Satzes von KOLMOGOROFF	125
8.2. Der Haarsche Eindeutigkeitssatz. Alternanten . . . . .	135
8.3. Die Untersuchungen von RICE . . . . .	142
8.4. Das Newtonsche Iterationsverfahren . . . . .	143
§ 9. Rationale Approximationen . . . . .	147
9.1. Existenz. Ein Satz von WALSH . . . . .	147
9.2. Alternantensatz. Anomalien. Beispiele . . . . .	153
9.3. Asymptotische Aussagen . . . . .	159
9.4. Numerische Verfahren . . . . .	160
§ 10. Exponentialapproximationen . . . . .	166
10.1. Die Ergebnisse von RICE. Ausgangsnäherung. Beispiel . . . . .	166
Literaturverzeichnis . . . . .	172
Sachverzeichnis . . . . .	179