

Inhaltsverzeichnis

Literatur	XVI
Einleitung	1

Erstes Kapitel

Gegenüberstellung von Anfangswert- und Randwertproblemen

§ 1.	DIRICHLETSches Randwertproblem der Potentialgleichung	3
1.	Aufgabenstellung	3
2.	Differenzierbarkeitseigenschaften der Lösung	3
3.	Konstruktion der Lösung mittels der GREENschen Funktion . .	4
4.	Festlegung der Lösung durch die Randwerte	6
§ 2.	Anfangswertproblem der Wellengleichung	6
1.	Aufgabenstellung	6
2.	Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; Charakteristiken	7
3.	Differenzierbarkeitseigenschaften der Lösung; Ausbreitung von Unstetigkeiten	8
4.	Charakteristisches Anfangswertproblem	8
5.	Beispiel: Akustische Wellen in zylindrischem Rohr	10
§ 3.	Hyperbolische, elliptische und parabolische Differentialgleichungen	11
1.	Typeneinteilung der linearen Differentialausdrücke zweiter Ordnung	11
2.	Normalformen der Differentialausdrücke $L[f]$	13
3.	Differentialgleichungen vom gemischten Typus	14
§ 4.	Analytische Lösungen analytischer Differentialgleichungen	16
1.	Existenzsatz von CAUCHY-KOWALEWSKI	16
2.	Zurückführung des Existenzsatzes auf einen Konvergenzsatz . .	17
3.	Bildungsgesetz der Koeffizienten c_{ik}	18
4.	Konvergenzbeweis	18
§ 5.	Anfangs- und Randwertaufgaben bei Differenzengleichungen	20
1.	Formulierung analoger Anfangs- und Randwertaufgaben bei Differenzengleichungen	20
2.	Lösung der Randwertaufgabe	22
3.	Lösung der Anfangswertaufgabe	23
4.	Grenzübergang von Differenzen- zu Differentialgleichungen . .	23
5.	Anfangswertaufgabe bei allgemeineren Differenzengleichungen . .	25
6.	Konvergenzbeweis	27

§ 6. Hyperbolische Differentialgleichungen in der Gasdynamik und Akustik	30
1. Grundgleichungen der Strömung kompressibler Medien	30
2. Spezialisierung für stationäre Strömungen	32
3. Spezialisierung für eindimensionale, zylindrische und kugelsymmetrische nichtstationäre Strömungen	33
4. Linearisierung der Differentialgleichungen	33

Zweites Kapitel

Differentialgleichungen erster Ordnung

§ 7. Quasilineare Differentialgleichung bei zwei unabhängigen Veränderlichen	36
1. MONGESches Richtungsfeld und Charakteristiken	36
2. Äquivalenzsatz	37
3. Anfangswertproblem	38
4. Bestimmtheitsbereich, Abhängigkeitsbereich, Einflußbereich	39
5. Erläuterungen der Alternative an Differenzengleichungen	39
6. Spezialfall: Lineare Gleichung	40
§ 8. Allgemeine Differentialgleichung bei zwei unabhängigen Veränderlichen	41
1. MONGESches Richtungsfeld	41
2. Charakteristiken und charakteristische Streifen	42
3. Äquivalenzsatz	44
4. Anfangswertproblem	45
5. Bestimmtheitsbereich, Abhängigkeitsbereich, Einflußbereich	48
§ 9. Vollständige und singuläre Integrale	49
1. Vollständige Integrale	49
2. Singuläre Integrale	51
3. Beispiele	52
§ 10. Berührungstransformationen	53
1. Elementvereine	53
2. Definition der Berührungstransformationen	54
3. LEGENDRE-Transformation	54
4. Berührungstransformation von Differentialgleichungen	55
§ 11. Quasilineare Differentialgleichung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen	56
1. Charakteristiken und Äquivalenzsatz	56
2. Mehrdimensionale charakteristische Mannigfaltigkeiten	57
3. Anfangswertproblem	58
§ 12. Allgemeine Differentialgleichung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen	59
1. Charakteristische Streifen und Äquivalenzsatz	59
2. Mehrdimensionale charakteristische Mannigfaltigkeiten	59
3. Anfangswertproblem	60
4. Quadratische Differentialgleichungen erster Ordnung	60
5. Einführung einer RIEMANNSchen Metrik im R_n	62

§ 13. Vollständige Integrale; HAMILTON-JACOBISCHE Differentialgleichung	65
1. Vollständige Integrale	65
2. Anwendung auf die HAMILTON-JACOBISCHE Differentialgleichung der Mechanik	66

Drittes Kapitel

Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung und die allgemeine Differentialgleichung zweiter Ordnung bei zwei unabhängigen Veränderlichen

§ 14. Charakteristiken eines Systems quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung	69
1. Zweigliedrige Systeme	69
2. Deutung der Differentialgleichungen (14.1) längs einer vorgegebenen Kurve k	70
3. Erläuterung an Differenzgleichungen	71
4. Charakteristiken eines hyperbolischen Systems	72
5. n -gliedrige Systeme	73
§ 15. Anfangswertproblem zweigliedriger Systeme (14.1)	73
1. Formulierung des Anfangswertproblems	73
2. Zurückführung auf ein charakteristisches System	74
3. Äquivalenzsatz	76
4. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche	78
§ 16. Integration zweigliedriger Systeme (14.1) mittels Differenzenverfahren	79
1. Präzisierung der Aufgabe	79
2. Existenzbeweis	80
3. Schranken der Gitterfunktionen und ihrer Differenzenquotienten	81
4. Eindeutigkeitsbeweis	84
5. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche	85
§ 17. Integration zweigliedriger Systeme (14.1) durch Iteration	86
1. Zurückführung des charakteristischen Systems auf ein System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung	86
2. Iterationsverfahren für eine Differentialgleichung zweiter Ordnung	87
3. Iterationsverfahren für das n -gliedrige System zweiter Ordnung (17.1)	89
§ 18. MASSAUSCHE Gitterkonstruktion	90
1. Beschreibung der Gitterkonstruktion	90
2. Verfeinerung der Gitterkonstruktion	91
3. Spezialfälle (vgl. § 14, Ziff. 1)	92
§ 19. Quasilineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	93
1. Reduktion auf ein quasilineares System erster Ordnung	93
2. Anfangswertproblem	94
3. Homogene Differentialgleichung	95
4. LEGENDRE-Transformation	96
5. Anwendung der MASSAUSCHEN Gitterkonstruktion	97

§ 20. Lineare homogene Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit geradlinigen Charakteristiken	98
1. Aufgabenstellung	98
2. Geradliniges Charakteristikkennetz in der x, y -Ebene	98
3. Geradliniges Charakteristikkennetz in der u, v -Ebene	99
4. Übertragung auf elliptische Differentialgleichungen	100
5. Normalform der Differentialgleichung (20.1) mit geradlinigem Charakteristikkennetz in der x, y -Ebene	101
6. Transformationssatz für lineare homogene Differentialgleichungen (20.1)	102
§ 21. Anwendungen auf die Flächentheorie	103
1. Infinitesimale Flächenverbiegung	103
2. Bestimmtheits- und Einflußbereiche bei der Flächenverbiegung	105
3. Infinitesimale Verbiegung zueinander projektiver Flächen	106
4. Infinitesimale Verbiegungen der Flächen zweiter Ordnung und der Flächen, bei denen der Grundriß der Asymptotenlinien ein Rückgennetz bildet	106
5. Minimalflächen	106
§ 22. Anwendungen auf die stationäre Gasströmung	107
1. Zweidimensionale Überschallströmung	107
2. Spezielle Adiabatangleichungen	108
3. Drehsymmetrische dreidimensionale Überschallströmung	109
4. Nichtisentropische Überschallströmung	109
§ 23. Anwendungen auf die nichtstationäre Gasströmung	110
1. Eindimensionale Strömung	110
2. Spezielle Adiabatangleichungen	111
3. Dreidimensionale zylindersymmetrische und kugelsymmetrische Strömungen	112
4. Nichtisentropische Strömung	112
5. Druckwellen in zylindrischem Rohr	113
6. Vergleich mit der Akustik	114
§ 24. Anwendungen auf die Oberflächenwellen und auf plastische Spannungsfelder	116
1. Theorie der Oberflächenwellen in seichtem Wasser	116
2. Anwendung der Charakteristikentheorie	116
3. Theorie der ebenen plastischen Spannungsfelder	117
4. Anwendung der Charakteristikentheorie	118
§ 25. Allgemeine Differentialgleichung zweiter Ordnung	119
1. Zurückführung auf ein charakteristisches System	119
2. Pseudolineare Differentialgleichung zweiter Ordnung	121
3. MONGE-AMPÈRESche Differentialgleichung	123
§ 26. Anfangswertproblem und Integration n -gliedriger Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung	125
1. Zurückführung allgemeiner Differentialgleichungen auf Systeme quasilinearer Differentialgleichungen	125
2. Charakteristische Form halblinearer Gleichungssysteme (26.1)	127
3. Charakteristische Form allgemeiner quasilinearer Gleichungssysteme (26.1)	129

4. Lösung des Anfangswertproblems der charakteristischen Systeme	129
5. MASSAUSCHE Gitterkonstruktion	131
6. Anwendung auf nichtisentropische Gasströmungen	133
7. Probleme mit gemischten Anfangs- und Randbedingungen	134
§ 27. Unstetigkeiten bei Lösungen hyperbolischer Differentialgleichungen	135
1. Unstetigkeiten längs Charakteristiken	135
2. Anwendung auf die nichtstationäre Gasströmung	137
3. Unstetigkeiten erster und nullter Ordnung	138
§ 28. RIEMANNSCHES Integrationsverfahren	140
1. Aufgabenstellung	140
2. GREENSCHE Formel	140
3. Randwertproblem der elliptischen Differentialgleichung (28.1) und GREENSCHE Funktion	141
4. Anfangswertproblem der hyperbolischen Differentialgleichung (28.1) und RIEMANNSCHE Funktion	143
5. Charakteristisches Anfangswertproblem und Symmetrieeigenschaft der RIEMANNSCHEN Funktion	146
6. Gegenüberstellung der GREENSCHEN Funktion und der RIEMANNSCHEN Funktion	147
7. Anwendung des RIEMANNSCHEN Integrationsverfahren auf die Wellengleichung und die Telegraphengleichung	148
§ 29. Anwendung auf die eindimensionale nichtstationäre und die zweidimensionale stationäre Gasströmung	150
1. Normalform der Potentialgleichung	150
2. Zurückführung der RIEMANNSCHEN Funktion auf Kugelfunktionen	151
3. Zurückführung der RIEMANNSCHEN Funktion auf eine BESSEL-Funktion	155

Viertes Kapitel

Systeme quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung und die quasilineare Differentialgleichung zweiter Ordnung bei mehr als zwei unabhängigen Veränderlichen

§ 30. Charakteristikentheorie eines Systems quasilinearer Differentialgleichungen erster Ordnung	156
1. Deutung der Differentialgleichung auf einer vorgegebenen Fläche κ	156
2. Charakteristische Flächen	158
3. Charakteristische Kegel und charakteristische Konoide; Unstetigkeiten	159
4. Verallgemeinerung auf p -gliedrige Systeme und auf n unabhängige Veränderliche	161
5. Anfangswertproblem und MASSAUSCHE Gitterkonstruktion	162
§ 31. Charakteristikentheorie quasilinearer Differentialgleichungen zweiter Ordnung	163
1. Reduktion auf ein quasilineares System erster Ordnung	163
2. Charakteristische Flächen als Unstetigkeitsflächen; Wellenfronten	165
3. HUYGHENSSCHE Konstruktion der Frontlinien	165

§ 32. Anwendung auf stationäre und nichtstationäre Gasströmungen	167
1. Dreidimensionale stationäre Überschallströmung	167
2. Zweidimensionale nichtstationäre Strömung	168
3. Schallausbreitung in einer stationären Gasströmung	168
§ 33. Allgemeine Eigenschaften linearer Differentialgleichungen	170
1. Superposition von Lösungen	170
2. Methode der Variation der Konstanten	171
3. Typeneinteilung	173
4. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	174
§ 34. Wellengleichung im R_1 und R_3 ; Prinzip von HUYGHENS	176
1. Wellengleichung im R_1	176
2. Homogene Wellengleichung im R_3	178
3. Verifikation der Lösung	180
4. Beweis des Hilfssatzes (34.15)	182
5. Nichthomogene Wellengleichung im R_3	183
6. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; HUYGHENS- sches Prinzip	184
7. Ausstrahlungslösungen	186
§ 35. Wellengleichung im R_2 ; Absteigmethode von HADAMARD	187
1. Homogene und nichthomogene Wellengleichung im R_2	187
2. Ausstrahlungslösungen	188
3. Bestimmtheits-, Abhängigkeits- und Einflußbereiche; Nichtgültig- keit des HUYGHENSSchen Prinzips	189
4. Gegenüberstellung der Ausstrahlungslösungen im R_1 , R_2 und R_3	190
§ 36. Anwendung auf die linearisierte stationäre Überschall- strömung um Drehkörper (linienhafte Quellenverteilung)	191
1. Achsensymmetrische Strömung um Drehkörper	191
2. Nichtgültigkeit des HUYGHENSSchen Prinzips	193
3. Schiefe Strömung um Drehkörper	194
§ 37. Wellengleichung im R_m ; DARBOUXSche Gleichung	195
1. Anfangswertproblem und Ausstrahlungslösungen	195
2. Umformungen und HUYGHENSSches Prinzip	196
3. DARBOUXSche Gleichung der Mittelwerte	197
4. Elementare Lösungen der DARBOUXSchen Gleichung	198
§ 38. Reduktion dreidimensionaler Probleme auf zwei- und eindimensionale durch Symmetrieannahmen	200
1. Symmetrieannahmen und Trennung der Veränderlichen	200
2. Nachbarlösungen drehsymmetrischer Überschallströmungen	200
3. Dreh- und kegelsymmetrische Überschallströmungen und Nach- barlösungen	202
4. Kegelsymmetrische linearisierte Überschallströmung	203
§ 39. HADAMARDSche Integrationstheorie	205
1. Grundgedanke	205
2. GREENSche Formel im R_n	207
3. Grundlösung	208
4. Darstellungsformel der Lösung des Anfangswertproblems	211

§ 40. Erläuterung des HADAMARDSchen Grenzprozesses	214
1. Endlicher Bestandteil divergenter Integrale	214
2. Rechenregeln für endliche Bestandteile	215
3. Beispiel	217
4. Erweiterung der Betrachtungen auf mehrfache Integrale	218
5. Grenzprozeß $\varepsilon \rightarrow 0$ für das Flächenintegral $Q_{M_{\varepsilon\delta}}$ über den Mantel des charakteristischen Konoids	220
6. Grenzprozeß $\delta \rightarrow 0$	220
7. Symmetrieeigenschaft der Grundlösung $G(x, \xi)$	224
8. Verifikation der Darstellungsformel (39.22)	225
§ 41. Anwendung auf die Wellengleichung im R_2	226
1. Grundlösung	226
2. Grenzprozeß $\varepsilon \rightarrow 0$ für das Integral $Q_{M_{\varepsilon\delta}}$ über den Mantel des charakteristischen Konoids	228
3. Grenzprozeß $\delta \rightarrow 0$	230
4. Darstellungsformel	231

Fünftes Kapitel

Behandlung von Anfangswertproblemen mit Hilfe des Distributionskalküls

§ 42. Grundzüge des Distributionskalküls	233
1. Begriff der Distribution im R_1	233
2. Ableitung einer Distribution	234
3. Gleichheit von Distributionen; Träger	234
4. Konvergenz	235
5. Faltung; DIRAC-Distributionen	236
6. Regularisierung	237
7. Distributionen im R_n	238
§ 43. Sprungfunktionen	240
1. Funktionen mit endlichem Sprung im R_1	240
2. Funktionen mit endlichem im Sprung im R_n	241
3. Funktionen mit unendlich großem Sprung im R_1	242
4. Funktionen mit unendlich großem Sprung im R_n	243
5. Beziehungen zum HADAMARDSchen Grenzprozeß	246
§ 44. Faltungsgleichungen und Anfangswertprobleme	248
1. Verschiedene Typen von Faltungsgleichungen	248
2. Formale Lösung einer Faltungsgleichung mittels Grundlösung	249
3. Anfangswertproblem der Wellengleichung; HUYGHENSSches Prinzip; Absteig- und Aufsteigmethode	250
4. Wellengleichung für $m = 1$, $m = 2$ und $m = 3$	252
§ 45. Anwendung des Distributionskalküls auf die dreidimensionale stationäre Überschallströmung	255
1. Problem des flachen Körpers (Tragflügel)	255
2. Umströmung eines Tragflügels bei vorgegebener Gestalt oder bei vorgegebener Auftriebsverteilung	257
3. Weitere Durchrechnung	258
4. Vereinfachung der Durchrechnung durch den Distributionskalkül	263
5. Problem des schlanken Körpers (drehsymmetrischer Rumpf)	265

§ 46. Anwendung der LAPLACE-Transformation auf Anfangswertprobleme	267
1. Definition und Rechenregeln der LAPLACE-Transformation in der klassischen Analysis	267
2. Erweiterung der LAPLACE-Transformation auf Distributionen . .	270
3. Rechenregeln der LAPLACE-Transformation im Distributionsraum .	271
4. Tabelle von LAPLACE-Korrespondenzen	273
5. Anwendung auf Faltungsgleichungen	274
6. Anwendung auf Anfangs-Randwert-Probleme bei linearen partiellen Differentialgleichungen	275
7. Anwendung auf Ausstrahlungsprobleme bei linearen partiellen Differentialgleichungen	277
8. Anwendung auf die stationäre Überschallströmung um einen quasi-zylindrischen Körper	278
Namenverzeichnis	281
Sachverzeichnis	282