

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Kapitel I: Komplexe Zahlen</i>	1
§ 1. Einführung der komplexen Zahlen	1
1. Definition der komplexen Zahlen und grundlegende Rechenoperationen	1
2. Geometrische Darstellung der komplexen Zahlen. Die Begriffe Betrag und Argument	2
3. Die RIEMANNSCHE Interpretation der komplexen Zahlen. Der Begriff der Vollebene	5
§ 2. Ebene Punktmengen	7
1. Grundlegende Begriffe und Eigenschaften	7
2. Der HEINE-BORELSche Überdeckungssatz	11
3. Der Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS	12
§ 3. Grenzwerte	12
1. Grenzwerte von Punktfolgen in der komplexen Ebene	12
2. Der Begriff der Fundamentalfolge und das CAUCHYSche Hauptkriterium	13
3. Allgemeine Bemerkungen zur Bedeutung einiger unendlicher Prozesse	14
4. Reihen mit konstanten Gliedern	16
Aufgaben	19
 <i>Kapitel II: Funktionen einer komplexen Veränderlichen</i>	 20
§ 1. Definition der Funktion. Grenzwerte von Funktionen	20
1. Komplexe Veränderliche	20
2. Funktionen einer komplexen Veränderlichen	20
3. Grenzwerte von Funktionen	21
§ 2. Stetigkeit von Funktionen einer komplexen Veränderlichen	23
1. Stetigkeit und gleichmäßige Stetigkeit	23
2. JORDAN-Kurven	25
3. Einige einfache Beispiele von Funktionen einer komplexen Veränderlichen	28
§ 3. Funktionenreihen	28
1. Konvergenz und gleichmäßige Konvergenz von Funktionenreihen	28
2. Potenzreihen. Der Konvergenzradius	30
3. Grundlegende arithmetische Operationen mit Potenzreihen	34
4. Definition einiger elementarer Funktionen mit Hilfe von Potenzreihen	35
5. Das zweite ABELSche Theorem	38
Aufgaben	40

<i>Kapitel III: Analytische Funktionen einer komplexen Veränderlichen</i>	42
§ 1. Der Begriff der analytischen Funktion	42
1. Komplexe Differenzierbarkeit. Die Bedingungen von CAUCHY-RIEMANN	42
2. Definition der analytischen Funktion	44
3. Konforme Abbildungen	46
§ 2. Behandlung einiger elementarer Funktionen und der Begriff der RIEMANNschen Fläche	50
1. Konforme Abbildungen, die durch schlichte analytische Funktionen vermittelt werden	50
2. Gebrochen-lineare Funktionen	51
3. Die Potenzfunktion	52
4. Die Exponentialfunktion	53
5. Die Funktion $\sin z$	54
§ 3. Lineare Transformationen	56
1. Reduktion nicht ausgearteter linearer Abbildungen auf solche von einfachster Gestalt	56
2. Spiegelung an Kreis und Gerade	57
3. Grundlegende Eigenschaften linearer Transformationen	58
4. Der Begriff des Fixpunktes. Klassifikation linearer Transformationen Aufgaben	60 63
<i>Kapitel IV: Theorie des CAUCHY-Integrals</i>	65
§ 1. Komplexe Integration	65
1. Definition des Integrals und seine grundlegenden Eigenschaften	65
2. Die Integralformel von BOREL-POMPEIU	67
3. Das Lemma von GOURSAT	69
§ 2. Die Theorie von CAUCHY	70
1. Der CAUCHYsche Integralsatz	70
2. Die CAUCHYsche Integralformel	74
3. Integrale vom CAUCHY-Typ	75
4. Der Begriff des unbestimmten Integrals und die Umkehrung des CAUCHYschen Integralsatzes	76
5. Der Begriff der harmonischen Funktion. Darstellung analytischer Funktionen durch ihren Realteil	79
§ 3. Einige wichtige Folgerungen aus der CAUCHYschen Integralformel	81
1. Das Maximumprinzip für analytische Funktionen	81
2. Das SCHWARZsche Lemma	83
3. Die Sätze von WEIERSTRASS über Reihen analytischer Funktionen	84
4. Die Integralformeln von SCHWARZ und POISSON	86
5. Ein Konvergenzkriterium für Folgen analytischer Funktionen	88
§ 4. Der CAUCHYsche Hauptwert	88
1. HÖLDER-Bedingung	88
2. Definition des CAUCHYschen Hauptwertes	89
3. Grenzwerte von Integralen des CAUCHY-Typs und die Formeln von SOCHOZKI-PLEMELJ	91

4. Das DIRICHLETSche Problem für den Kreis	93
Aufgaben	95
<i>Kapitel V: TAYLOR- und LAURENT-Reihen. Elemente der Residuentheorie</i>	<i>97</i>
§ 1. TAYLOR-Reihen	97
1. Der TAYLORSche Lehrsatz	97
2. Der Identitätssatz für analytische Funktionen	98
3. Nullstellen analytischer Funktionen	99
4. Die CAUCHYSche Abschätzungsformel und der Satz von LIOUVILLE	99
§ 2. LAURENT-Reihen. Isolierte singuläre Stellen	100
1. Der Satz von LAURENT	100
2. Isolierte singuläre Stellen analytischer Funktionen	103
3. Isolierte Singularitäten im unendlich fernen Punkt	107
4. Ganze und meromorphe Funktionen	108
§ 3. Elemente der Residuentheorie	109
1. Der Begriff des Residuums	109
2. Berechnung einiger Randintegrale	110
3. Das Argumentprinzip für analytische Funktionen	112
4. Die CAUCHYSche Integralformel für unendliche Gebiete	114
5. Partialbruchentwicklungen einiger meromorpher Funktionen	117
6. Anwendung des Residuenkalküls auf die Berechnung einiger bestimmter Integrale	119
Aufgaben	121
<i>Kapitel VI: Unendliche Produkte und Elemente der Theorie der ganzen Funktionen</i> 124	
§ 1. Unendliche Produkte	124
1. Ein Konvergenzkriterium für unendliche Produkte	124
2. Absolut konvergente unendliche Produkte	125
3. Gleichmäßig konvergente unendliche Produkte analytischer Funktionen	126
§ 2. Elemente der Theorie der ganzen Funktionen	127
1. Kanonische Produkte und ihr Geschlecht	127
2. Darstellung ganzer Funktionen in Form unendlicher Produkte	130
3. Das Geschlecht ganzer Funktionen	131
4. Darstellung meromorpher Funktionen als Quotient zweier ganzer Funk- tionen	132
Aufgaben	132
<i>Kapitel VII: Grundzüge der konformen Abbildung</i>	<i>134</i>
§ 1. Analytische Fortsetzung	134
1. Der Begriff der analytischen Fortsetzung	134
2. Monodromiesatz	135
3. Das Prinzip der stetigen Fortsetzung	136
4. Das Spiegelungsprinzip	137
5. Analytische Fortsetzung analytischer Funktionen einer reellen Ver- änderlichen	138

6. Das SCHWARZsche Spiegelungsprinzip	138
§ 2. Ein Unitätssatz für analytische Funktionen	139
1. Einige elementare Unitätseigenschaften analytischer Funktionen	139
2. Das Lemma von CARLEMAN und eine Verallgemeinerung des Identitätssatzes	140
§ 3. Konforme Abbildung einfach zusammenhängender schlichter Gebiete	142
1. Einleitende Bemerkungen	142
2. Bedingungen für die Einzigkeit der konformen Abbildung	143
3. Formulierung des RIEMANNschen Abbildungssatzes sowie einige Hilfsätze	144
4. Existenzbeweis	146
5. Ränderzuordnung bei konformer Abbildung	148
6. Das Prinzip des Randes. Die SCHWARZ-CHRISTOFFELSche Formel	150
Aufgaben	153
<i>Kapitel VIII: Funktionen mehrerer Veränderlicher</i>	155
§ 1. Analytische Funktionen mehrerer komplexer Veränderlicher	155
1. Bezeichnungen und grundlegende Begriffe	155
2. Mehrfache Reihen mit komplexen Gliedern	156
3. Mehrfache Potenzreihen	157
4. Der Begriff der analytischen Funktion mehrerer komplexer Veränderlicher	158
5. Das Analogon zum TAYLORSchen Lehrsatz	160
6. Analytische Fortsetzung reell-analytischer Funktionen reeller Veränderlicher	162
7. Erweiterung harmonischer Funktionen auf komplexe Werte ihrer Argumente. Die Formel von GOURSAT	162
§ 2. Konforme Abbildung in mehrdimensionalen euklidischen Räumen	164
1. Einige Definitionen und Bezeichnungen	164
2. Konforme Abbildungen nach GAUSS	165
3. Beispiele für konforme Abbildungen	166
4. Das Theorem von LIOUVILLE	167
§ 3. Ein Analogon zum CAUCHY-RIEMANNschen Differentialgleichungssystem im dreidimensionalen euklidischen Raum	170
1. Gebiete mit glattem und stückweise glattem Rand	170
2. Einige Integralrelationen, die sich aus der Formel von GAUSS-OSTROGRADSKI ergeben	171
3. Ein dreidimensionales Analogon zum System von CAUCHY-RIEMANN	173
4. Der CAUCHYSche Hauptwert bei räumlichen Integralen	176
5. Ein Analogon zu den Formeln von SOCHOZKI-PLEMELJ	177
6. Harmonische Funktionen	178
7. Ein Konvergenzkriterium für Gradientenfolgen harmonischer Funktionen	180
Aufgaben	182
Sachverzeichnis	184