

# INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort . . . . .	6
<b>1 Einleitung . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1 Vorbemerkung . . . . .	13
1.2 Sichere, zufällige und stochastische Ereignisse . . . . .	14
1.3 Zufall und Kausalität . . . . .	17
1.4 Statistik und Empirie . . . . .	22
1.5 Mathematik und Statistik . . . . .	24
<b>2 Grundlagen . . . . .</b>	<b>25</b>
2.1 Merkmale . . . . .	25
2.1.1 Qualitative, komparative und quantitative Merkmale . . . . .	25
2.1.2 Diskrete und stetige Merkmale . . . . .	27
2.1.3 Extensive und intensive Merkmale . . . . .	29
2.1.4 Zustand und Ereignis . . . . .	29
2.2 Zufällige Veränderliche (Zufallsvariablen) . . . . .	30
2.2.1 Vorbemerkung . . . . .	30
2.2.2 Elementarereignisse . . . . .	31
2.2.3 Beobachtungsgrößen und Zufallsvariablen . . . . .	32
2.3 Statistische Mengen und Kollektive . . . . .	36
2.3.1 Vorbemerkung . . . . .	36
2.3.2 Definition der statistischen Menge . . . . .	36
2.3.3 Kollektive von Beobachtungsgrößen . . . . .	37
2.3.4 Einteilung statistischer Mengen . . . . .	37
2.3.4.1 Dauer der Elemente . . . . .	37
2.3.4.2 Stabile und instabile Mengen . . . . .	39
2.3.4.3 Zugangs- und Abgangsmengen . . . . .	39
2.3.4.4 Geschlossene und offene Mengen . . . . .	40
2.3.4.5 Aufgliederung statistischer Mengen . . . . .	40
2.4 Statistische Gesetze, Methoden und Begriffe . . . . .	41

2.5	Das Rechnen mit relativen Häufigkeiten . . . . .	47
2.5.1	Absolute und relative Häufigkeiten; Häufigkeitsdichten . . .	47
2.5.2	Die bedingte relative Häufigkeit . . . . .	48
2.5.3	Die relativen Häufigkeiten von Merkmalsverknüpfungen . .	49
2.5.4	Unabhängige Ereignisse . . . . .	49
2.6	Stichproben . . . . .	50
2.6.1	Vorbemerkung . . . . .	50
2.6.2	Zufallsstichproben . . . . .	51
2.6.3	Geschichtete Stichproben und Klumpenstichproben . . . .	52
2.7	Der Hauptsatz der mathematischen Statistik . . . . .	52
2.7.1	Die Gesetze der großen Zahlen . . . . .	52
2.7.2	Das Bernoullische Gesetz der großen Zahlen . . . . .	53
2.7.3	Der Hauptsatz der mathematischen Statistik . . . . .	54
2.8	Statistische Fragestellungen . . . . .	54
2.8.1	Vorbemerkung . . . . .	54
2.8.2	Beschreiben, Schätzen und Entscheiden . . . . .	55
2.8.3	Ursachenkomplexe . . . . .	56
2.8.4	Mono- und polycharaktere Fragestellungen . . . . .	57
2.9	Stochastische Modelle und theoretische Verteilungen . . . .	58
2.9.1	Vorbemerkung . . . . .	58
2.9.2	Beispiele stochastischer Modelle . . . . .	58
2.9.3	Einige theoretische Verteilungen . . . . .	60
2.9.3.1	Erwartungswert und Varianz . . . . .	60
2.9.3.2	Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	61
2.9.3.3	Die Binomialverteilung . . . . .	65
2.9.3.4	Die Poisson-Verteilung . . . . .	67
2.9.3.5	Die Normalverteilung . . . . .	70
2.9.3.6	Logarithmische Normalverteilungen . . . . .	72
2.9.3.6.1	Zweiparametrische lognormale Verteilungen . . . . .	72
2.9.3.6.2	Dreiparametrische lognormale Verteilungen . . . . .	73
2.9.3.6.3	Vierparametrische lognormale Verteilungen . . . . .	73
2.9.3.6.4	Die Entstehung lognormaler Verteilungen . . . . .	74
2.9.4	Grenzverteilungen . . . . .	76
2.9.4.1	Vorbemerkung . . . . .	76
2.9.4.2	Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	77
2.9.4.3	Annäherungen an die Normalverteilung . . . . .	77
2.9.4.3.1	Binominalverteilungen . . . . .	77

2.9.4.3.2	Poissonverteilungen . . . . .	79
2.9.4.4	Annäherungen der hypergeometrischen, Binomial- und Poisson-Verteilung . . . . .	79
2.9.4.5	Die Ungleichung von Bienaymé-Tschebyscheff . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Monocharaktere Fragestellungen . . . . .</b>	<b>82</b>
<b>3.1</b>	<b>Deskriptive Statistik . . . . .</b>	<b>82</b>
3.1.1	Aufgabenbereich . . . . .	82
3.1.2	Herausarbeitung empirischer Verteilungen . . . . .	82
3.1.3	Empirische Verteilungen . . . . .	89
3.1.3.1	Gestalt, Lage und Ausbreitung einer Verteilung . . . . .	89
3.1.3.2	Grundformen empirischer Verteilungen . . . . .	91
3.1.4	Parameter empirischer Verteilungen . . . . .	96
3.1.4.1	Vorbemerkung . . . . .	96
3.1.4.2	Positionsparameter . . . . .	97
3.1.4.2.1	Definition . . . . .	97
3.1.4.2.2	Das arithmetische Mittel . . . . .	97
3.1.4.2.3	Das geometrische Mittel . . . . .	98
3.1.4.2.4	Der Median oder Zentralwert . . . . .	98
3.1.4.2.5	Das Dichtemittel . . . . .	99
3.1.4.2.6	Lageregeln für C, D und M . . . . .	99
3.1.4.3	Dispersionsparameter . . . . .	99
3.1.4.3.1	Die Spannweite . . . . .	99
3.1.4.3.2	Die durchschnittliche Abweichung . . . . .	100
3.1.4.3.3	Die mittlere quadratische Abweichung . . . . .	100
3.1.4.3.4	Die Grundspanne . . . . .	101
3.1.4.3.5	Der Variationskoeffizient . . . . .	101
3.1.4.4	Gestaltparameter . . . . .	101
3.1.4.4.1	Die Schiefe . . . . .	101
3.1.4.4.2	Der Exzeß . . . . .	101
3.1.4.5	Strukturparameter . . . . .	102
3.1.4.5.1	Unbestimmtheit oder Information einer Verteilung . . . . .	102
3.1.4.5.2	Konzentrationsmaße . . . . .	102
3.1.4.5.2.1	Die Konzentration einer Zufallsvariablen . . . . .	102
3.1.4.5.2.2	Die Redundanz . . . . .	102
3.1.4.5.2.3	Das Disparitäts- oder Konzentrationsmaß . . . . .	103
3.1.5	Analytische Darstellung empirischer Verteilungen . . . . .	103
3.1.5.1	Vorbemerkung . . . . .	103

3.1.5.2	Diskrete Verteilungen . . . . .	104
3.1.5.2.1	Binomialverteilungen . . . . .	104
3.1.5.2.2	Poisson-Verteilungen . . . . .	104
3.1.5.2.3	Verteilungen dreiklassiger Merkmale . . . . .	105
3.1.5.2.4	Rangordnungsverteilungen (Lorenz-Pareto-Verteilungen)	107
3.1.5.3	Stetige Verteilungen . . . . .	111
3.1.5.3.1	Normalverteilungen . . . . .	111
3.1.5.3.2	Lognormale Verteilungen . . . . .	115
3.1.6	Anpassungen . . . . .	118
3.1.6.1	Das Glätten von Kurven . . . . .	118
3.1.6.1.1	Gleitende Durchschnitte . . . . .	118
3.1.6.1.2	Die Methode von Behrens . . . . .	123
3.1.6.2	Merkmalstransformationen . . . . .	124
3.1.6.2.1	Vorbemerkung . . . . .	124
3.1.6.2.2	Dreiparametrische logarithmische Transformationen . . .	125
3.1.6.2.3	Das doppelte Wahrscheinlichkeits-Netz . . . . .	127
3.1.6.2.4	Scores . . . . .	127
3.1.7	Operative Bedeutung der deskriptiven Statistik . . . . .	127
3.1.7.1	Einheitlichkeit und Reproduzierbarkeit . . . . .	127
3.1.7.2	Verteilungskurven als heuristische Hilfsmittel . . . . .	128
3.2	Analytische Statistik . . . . .	129
3.2.1	Statistische Schlüsse . . . . .	129
3.2.2	Stichprobenfunktionen . . . . .	131
3.2.2.1	Definitionen und Problemstellungen . . . . .	131
3.2.2.2	Stichprobenmittelwerte . . . . .	132
3.2.2.2.1	Normalverteilung . . . . .	132
3.2.2.2.2	Asymmetrische und Mischverteilungen . . . . .	132
3.2.2.3	Stichprobenstreuung (Grenzverteilung) . . . . .	132
3.2.2.4	Die $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	133
3.2.2.5	Die t-Verteilung . . . . .	135
3.2.2.6	Die F-Verteilung . . . . .	136
3.2.2.7	Beziehungen zwischen $\chi^2$ -, t- und F-Verteilung . . . . .	138
3.2.3	Schätzungen . . . . .	138
3.2.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	138
3.2.3.2	Konstruktionsmethoden für Schätzfunktionen . . . . .	141
3.2.3.3	Beurteilungskriterien für Schätzfunktionen . . . . .	143
3.2.3.4	Vertrauensintervalle . . . . .	146
3.2.3.5	Direkte Schlüsse . . . . .	152
3.2.3.6	Indirekte Schlüsse (Rückschluß) . . . . .	155
3.2.3.6.1	Diskrete Zufallsgrößen . . . . .	155

3.2.3.6.2 Stetige Zufallsgrößen . . . . .	156
3.2.3.7 Graphische Schätzverfahren. . . . .	158
3.2.3.7.1 Das Binomial-Netz. . . . .	158
3.2.3.7.2 Das Wahrscheinlichkeits-Netz . . . . .	161
3.2.4 Entscheidungen (Tests) . . . . .	161
3.2.4.1 Grundlagen statistischer Urteile . . . . .	161
3.2.4.1.1 Die logische Valenz statistischer Urteile . . . . .	161
3.2.4.1.2 Klassifikation statistischer Hypothesen und Tests . . . . .	163
3.2.4.1.3 Konsequenzen statistischer Urteile . . . . .	165
3.2.4.1.4 Testbewertung. . . . .	168
3.2.4.1.5 Testplanung. . . . .	170
3.2.4.2 Anpassungs- und Parameter-Tests . . . . .	172
3.2.4.2.1 Vorbemerkungen . . . . .	172
3.2.4.2.2 Anpassungstests . . . . .	173
3.2.4.2.3 Parametertests. . . . .	175
3.2.4.2.3.1 Vorbemerkung. . . . .	175
3.2.4.2.3.2 Einseitiger Test für $p$ . . . . .	175
3.2.4.2.3.3 Vergleich zweier empirischer Häufigkeiten . . . . .	180
3.2.4.2.3.4 Sollwert und Stichprobenmittelwert ( $n$ groß) . . . . .	181
3.2.4.2.3.5 Sollwert und Stichprobenmittelwert ( $n$ klein) . . . . .	185
3.2.4.2.3.6 Vergleich von Stichprobenmittelwerten . . . . .	186
3.2.4.2.3.6.1 Bei bekannter Streuung . . . . .	186
3.2.4.2.3.6.2 Bei unbekannter, aber gleicher Streuung . . . . .	187
3.2.4.2.3.7 Vergleich von Stichprobenvarianz und Sollwert . . . . .	187
3.2.4.2.4 Planung des Stichprobenumfangs . . . . .	188
3.2.4.3 Graphische Testverfahren. . . . .	189
3.2.4.3.1 Das Binomial-Netz. . . . .	189
3.2.4.3.2 Das Wahrscheinlichkeits-Netz . . . . .	191
3.2.4.3.3 Kontrollkarten . . . . .	191
3.2.4.3.4 Der Folgetest . . . . .	192
3.2.4.4 Spezielle Fragen der Testpraxis (Stichprobenprüfungen) . . . . .	192
3.2.4.4.1 Vorbemerkungen . . . . .	192
3.2.4.4.2 Einige Folgerungen aus der Testcharakteristik . . . . .	192
3.2.4.4.2.1 Prüfplanparameter und OC . . . . .	192
3.2.4.4.2.2 Prozent-Stichprobenpläne . . . . .	195
3.2.4.4.2.3 Durchschluß $p$ bei korrigierenden Stichproben- verfahren . . . . .	196
3.2.4.4.3 Mehrfache Stichprobenpläne . . . . .	198
3.2.4.4.4 Folgetest . . . . .	207
3.2.4.4.5 Prüfaufwand . . . . .	209
3.2.4.4.6 Eingangsgrößen einiger Stichprobensysteme . . . . .	212

<b>4 Polycharaktere Fragestellungen</b> . . . . .	215
4.1 Vorbemerkungen . . . . .	215
4.2 Die Häufigkeits-Analyse . . . . .	216
4.2.1 Mischverteilungen und ihre Parameter . . . . .	216
4.2.2 Grundlagen der Häufigkeitsanalyse . . . . .	220
4.2.3 Systematik der Mischkollektive aus zwei Teilkollektiven . . . . .	222
4.2.4 Analyse von Mischkollektiven . . . . .	225
4.3 Funktionen von Zufallsvariablen . . . . .	229
4.4 Korrelationen von Zufallsgrößen . . . . .	231
4.4.1 Vorbemerkungen . . . . .	231
4.4.2 Korrelation qualitativer Merkmale . . . . .	233
4.4.2.1 Zusammenhänge zwischen zwei alternativen Merkmalen . . . . .	233
4.4.2.2 Korrelation von zwei mehrklassigen Merkmalen . . . . .	234
4.4.3 Korrelation quantitativer Merkmale . . . . .	235
4.4.3.1 Der Korrelationskoeffizient . . . . .	235
4.4.3.2 Einfache lineare Korrelation . . . . .	237
4.4.3.3 Graphische Verfahren . . . . .	239
4.5 Zufällige Funktionen . . . . .	240
4.5.1 Vorbemerkungen . . . . .	240
4.5.2 Deskriptive Methoden . . . . .	244
4.5.2.1 Lineare Regressionen . . . . .	244
4.5.2.2 Streuung als Funktion des Mittelwertes . . . . .	244
4.5.2.3 Nichtlineare zufällige Funktionen . . . . .	246
4.5.3 Stochastische Prozesse . . . . .	247
Abkürzungen und Symbole . . . . .	248
Literaturverzeichnis . . . . .	250
Namenverzeichnis . . . . .	254
Sachverzeichnis . . . . .	256