

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>Kapitel I: Hilfsmittel aus der Funktionalanalysis</b> .....	<b>1</b>
§ 1. Einige Grundbegriffe .....	1
§ 2. Regularisierung von Operatoren .....	3
§ 3. NOETHERSche und Semi-NOETHERSche Operatoren in BANACH-Räumen .....	8
§ 4. NOETHERSche und Semi-NOETHERSche Operatoren in topologischen linearen Räumen .....	20
§ 5. Das Symbol .....	25
§ 6. Das Symbol des Faltungsoptors .....	28
 <b>Kapitel II: Das eindimensionale singuläre Integral</b> .....	 <b>32</b>
§ 1. Das singuläre Integral und seine einfachsten Eigenschaften .....	32
§ 2. Die Beschränktheit des singulären Integraloperators im Raum $L_p(\Gamma)$ .....	37
§ 3. Die Beschränktheit des singulären Integraloperators im Raum $L_p$ mit Gewicht .....	42
§ 4. Weitere Eigenschaften des singulären Integraloperators .....	47
4.1. Integraloperatoren mit schwacher Singularität .....	47
4.2. Zwei Sätze über Kommutatoren .....	48
4.3. Die Vertauschungsformel von POINCARÉ-BERTRAND .....	49
4.4. Der singuläre Integraloperator im Raum $H^\mu(\Gamma)$ .....	51
§ 5. Mit dem CAUCHYSchen singulären Integral verwandte Operatoren .....	52
5.1. Der adjungierte singuläre Integraloperator .....	52
5.2. Das singuläre Integral mit HILBERTSchem Kern .....	53
5.3. Die durch das singuläre Integral erzeugten Projektoren .....	54
§ 6. Der singuläre Integraloperator in Räumen differenzierbarer Funktionen .....	57
 <b>Kapitel III: Eindimensionale singuläre Integralgleichungen mit stetigen Koeffizienten auf geschlossenen Kurven</b> .....	 <b>63</b>
§ 1. Abstrakte singuläre Operatoren .....	63
1.1. Paarige Operatoren .....	63
1.2. Abstrakte singuläre Operatoren .....	65
§ 2. Singuläre Integraloperatoren mit rationalen Koeffizienten .....	66
§ 3. Singuläre Integraloperatoren mit stetigen Koeffizienten .....	72
§ 4. Singuläre Integralgleichungen im Raum $H^\mu(\Gamma)$ .....	75
§ 5. Faktorisierung stetiger Funktionen .....	77
5.1. Faktorisierung in $R$ -Algebren .....	77
5.2. Faktorisierung in Algebren mit zwei Normen .....	80
5.3. Verallgemeinerte Faktorisierung stetiger Funktionen .....	82
§ 6. Effektive Lösung singulärer Integralgleichungen mit stetigen Koeffizienten .....	82
§ 7. Der Fall eines zusammengesetzten geschlossenen Kurvensystems .....	84

<b>Kapitel IV: Eindimensionale singuläre Integralgleichungen mit unstetigen Koeffizienten</b> .....	86
§ 1. Vorbereitungen .....	86
1.1. Änderung der Integrationskurve .....	86
1.2. Separation der Singularitäten .....	88
§ 2. Singuläre Gleichungen mit beschränkten meßbaren Koeffizienten .....	90
2.1. Notwendige Bedingungen für einen NOETHERSchen Operator .....	90
2.2. Sätze über den Kern und Kokern .....	92
2.3. Zurückführung auf den Fall eines invertierbaren Operators .....	93
§ 3. Verallgemeinerte Faktorisierung beschränkter meßbarer Funktionen und die effektive Lösung singulärer Gleichungen .....	94
3.1. Verallgemeinerte Faktorisierung im Raum $L_p(I, \varrho)$ .....	94
3.2. Effektive Lösung singulärer Gleichungen mit beschränkten meßbaren Koeffizienten .....	96
§ 4. Singuläre Gleichungen mit stückweise stetigen Koeffizienten auf geschlossenen Kurven .....	98
§ 5. Singuläre Gleichungen mit stückweise stetigen Koeffizienten auf nicht geschlossenen Kurven .....	102
§ 6. Singuläre Gleichungen mit stückweise stetigen Koeffizienten auf der reellen Achse .....	104
§ 7. Normabschätzungen des singulären Integraloperators .....	105
<b>Kapitel V: Systeme eindimensionaler singulärer Gleichungen</b> .....	107
§ 1. Zwei Sätze über Operatorenmatrizen .....	107
§ 2. Systeme singulärer Integralgleichungen mit stetigen Koeffizienten auf geschlossenen Kurven .....	110
§ 3. Faktorisierung von Matrixfunktionen .....	112
3.1. Allgemeine Faktorisierungssätze .....	112
3.2. Kanonische Faktorisierungen von Matrixfunktionen .....	114
§ 4. Verallgemeinerte Faktorisierung stetiger Matrixfunktionen und ihre Anwendung .....	119
§ 5. Systeme singulärer Integralgleichungen mit beschränkten meßbaren Koeffizienten .....	123
§ 6. Systeme singulärer Integralgleichungen mit stückweise stetigen Koeffizienten .....	123
6.1. Der Fall geschlossener Kurven .....	124
6.2. Der Fall nicht geschlossener Kurven .....	126
6.3. Die Definition des Symbols .....	127
§ 7. Produktsummen singulärer Operatoren mit stückweise stetigen Koeffizienten .....	129
§ 8. Die durch singuläre Operatoren mit stückweise stetigen Koeffizienten erzeugte Algebra .....	134
<b>Kapitel VI: Eindimensionale singuläre Gleichungen mit entartetem Symbol</b> .....	137
§ 1. Zurückführung eines Operators mit endlichem Index auf einen NOETHERSchen Operator .....	137
§ 2. Faktorisierungen abstrakter singulärer Operatoren .....	139
§ 3. Einige Klassen differenzierbarer Funktionen .....	140
§ 4. Funktionenräume .....	147
§ 5. Singuläre Operatoren mit entarteten stetigen Koeffizienten .....	154

§ 6.	Singuläre Operatoren mit entarteten stückweise stetigen Koeffizienten . . . . .	157
§ 7.	Singuläre Operatoren mit entarteten Koeffizienten auf nicht geschlossenen Kurven . . . . .	160
§ 8.	Singuläre Operatoren mit entarteten meßbaren Koeffizienten . . . . .	162
§ 9.	Singuläre Matrixoperatoren mit entarteten Koeffizienten . . . . .	164
§ 10.	Singuläre Operatoren in den Räumen $C^\infty(\Gamma)$ und $C^{-\infty}(\Gamma)$ . . . . .	167
§ 11.	Singuläre Matrixoperatoren mit entarteten Koeffizienten von konstantem Rang . . . . .	173
<b>Kapitel VII: Einige Aufgaben, die auf singuläre Integralgleichungen führen . . . . .</b>		<b>178</b>
§ 1.	Singuläre Integrodifferentialgleichungen . . . . .	178
§ 2.	Das verallgemeinerte RIEMANN-HILBERT-POINCARÉsche Problem . . . . .	184
§ 3.	Ein Randwertproblem für elliptische Systeme erster Ordnung in der Ebene . . . . .	189
§ 4.	Über algebraische Operatoren . . . . .	199
§ 5.	Singuläre Integralgleichungen mit CARLEMANScher Verschiebung . . . . .	201
§ 6.	Die TRICOMISche Gleichung . . . . .	207
<b>Kapitel VIII: Einige weitere Hilfsmittel . . . . .</b>		<b>210</b>
§ 1.	Stereographische Projektion . . . . .	210
§ 2.	Einige Funktionalräume . . . . .	211
§ 3.	Schwachsinguläre Integraloperatoren . . . . .	212
§ 4.	Über die Potenzen des BELTRAMI-Operators . . . . .	218
<b>Kapitel IX: Mehrdimensionale singuläre Integrale in Räumen mit gleichmäßiger Metrik . . . . .</b>		<b>225</b>
§ 1.	Grundlegende Begriffe . . . . .	225
§ 2.	Singuläre Integrale mit einer beliebigen Mannigfaltigkeit als Integrationsgebiet . . . . .	228
§ 3.	Die Ungleichung von ZYGMUND . . . . .	231
§ 4.	Folgerungen aus der Ungleichung von ZYGMUND . . . . .	238
§ 5.	Die Ordnung des singulären Integrals im Unendlichen . . . . .	240
§ 6.	Singuläre Integrale in einigen anderen Räumen gleichmäßiger Metrik . . . . .	246
§ 7.	Differentiation schwachsingulärer Integrale . . . . .	249
<b>Kapitel X: Das Symbol des mehrdimensionalen singulären Integraloperators . . . . .</b>		<b>252</b>
§ 1.	Die FOURIER-Transformierte des singulären Kerns. Das Symbol . . . . .	252
§ 2.	Entwicklung des Symbols in eine Reihe nach Kugelfunktionen . . . . .	257
§ 3.	Transformation des Symbols bei Variablensubstitution . . . . .	259
§ 4.	Transformation des Symbols bei Inversion . . . . .	263
§ 5.	Ein Satz über die Beschränktheit des singulären Operators . . . . .	266
§ 6.	Über Reihen nach Kugelfunktionen . . . . .	268
§ 7.	Differenzierbarkeitseigenschaften des Symbols und der Charakteristik . . . . .	276
§ 8.	Der Symbolring . . . . .	277

<b>Kapitel XI: Singuläre Integraloperatoren in Räumen mit Integralmetrik</b> .....	282
§ 1. Die Erweiterung des Begriffes des singulären Integrals .....	282
§ 2. Beschränktheitskriterien in $L_2(E_m)$ .....	284
§ 3. Der Satz von CALDERON und ZYGMUND .....	288
§ 4. Einige weitere Resultate .....	292
§ 5. Singuläre Integrale in Räumen mit Gewicht. Der Satz von STEIN .....	295
§ 6. Singuläre Integrale in Räumen mit Gewicht. Die Sätze von PLAMENEWSKI und HAIKIN .....	297
§ 7. Die Multiplikationsregel für Symbole .....	312
§ 8. Der adjungierte singuläre Operator .....	315
§ 9. Singuläre Operatoren in SOBOLEWSCHEN Räumen .....	316
§ 10. Der Faktoring singulärer Operatoren .....	321
§ 11. Die höheren Ableitungen des Volumenpotentials .....	325
<b>Kapitel XII: Mehrdimensionale singuläre Integralgleichungen</b> .....	329
§ 1. Der Fall des konstanten Symbols .....	329
§ 2. Der allgemeine Fall und die NOETHERSchen Sätze .....	329
§ 3. Äquivalente Regularisierung. Der Satz über den Index .....	331
§ 4. Notwendige Bedingung für die Existenz eines Regularisators .....	335
§ 5. Singuläre Gleichungen in SOBOLEWSCHEN Räumen .....	338
§ 6. Singuläre Gleichungen in Grundräumen und Räumen verallgemeinerter Funk- tionen .....	343
<b>Kapitel XIII: Singuläre Gleichungen auf glatten Mannigfaltigkeiten ohne Rand</b> .....	351
§ 1. Mannigfaltigkeiten .....	351
§ 2. Singuläre Operatoren auf Mannigfaltigkeiten. Das Symbol .....	353
§ 3. Singuläre Gleichungen in $L_p(\Gamma)$ .....	354
§ 4. Über den Gradienten einer harmonischen Funktion .....	359
§ 5. Das Problem der Richtungsableitung .....	361
§ 6. Über die Beschränktheit des singulären Operators in LIPSCHITZ-Räumen ...	364
§ 7. Singuläre Integralgleichungen in LIPSCHITZ-Räumen .....	370
<b>Kapitel XIV: Systeme mehrdimensionaler singulärer Gleichungen</b> .....	376
§ 1. Allgemeine Bemerkungen .....	376
§ 2. Das Indexproblem. Zurückführung auf einen spezielleren Fall .....	377
§ 3. Indexberechnung .....	382
§ 4. Der Fall einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit .....	384
§ 5. Elementare Fälle, in denen der Index Null ist .....	388
§ 6. Die Probleme der statischen Elastizitätstheorie .....	392

<b>Kapitel XV: Das Lokalitätsprinzip. Singuläre Operatoren auf Mannigfaltigkeiten mit Rand</b> .....	400
§ 1. Operatoren vom lokalen Typ .....	400
§ 2. Äquivalenz in einem Punkt und lokal NOETHERSche Operatoren .....	403
§ 3. Der Hülloperator einer Operatorenschar .....	405
§ 4. Ein Satz über den Zusammenhang zwischen NOETHERSchen und lokal NOETHERSchen Operatoren .....	408
§ 5. Homogene Operatoren und translationsinvariante Operatoren .....	409
§ 6. Kanonische singuläre Integrale mit stückweise stetigem Symbol .....	413
§ 7. Verallgemeinerte singuläre Integrale .....	418
§ 8. Zusammengesetzte verallgemeinerte singuläre Operatoren .....	419
§ 9. Singuläre Integralgleichungen in Gebieten mit Rand .....	421
§ 10. Ein Überblick über die Arbeiten von WISCHIK und ESKIN .....	422
<b>Kapitel XVI: Mehrdimensionale singuläre Gleichungen mit entartetem Symbol</b> .....	424
§ 1. Faltungsgleichungen mit entartetem Symbol .....	424
1.1. Funktionalräume .....	424
1.2. Existenz und allgemeine Form der Lösung der singulären Integralgleichung ..	425
1.3. Eine korrekte Aufgabe .....	428
§ 2. Weitere Ergebnisse über Faltungsoperatoren mit entartetem Symbol .....	431
§ 3. Das mehrdimensionale Analogon des CAUCHYSchen singulären Integraloperators und entsprechende paarige Operatoren .....	432
3.1. Verallgemeinerte CAUCHY-RIEMANNSche Systeme .....	432
3.2. Verallgemeinerte Formel von BOREL-POMPEIU .....	433
3.3. Weitere Eigenschaften des singulären Integraloperators $S$ .....	434
3.4. Die NOETHERSchen Eigenschaften gewisser entarteter paariger Operatoren ..	437
3.5. Einige Verallgemeinerungen .....	438
<b>Kapitel XVII: Methoden der näherungsweisen Lösung von eindimensionalen singulären Integralgleichungen</b> .....	440
§ 1. Allgemeine Konvergenzsätze für Projektionsverfahren .....	440
§ 2. Projektionsverfahren zur Lösung von abstrakten singulären Gleichungen ...	445
§ 3. Näherungsmethoden zur Lösung singulärer Integralgleichungen .....	449
3.1. Die Reduktionsmethode .....	449
3.2. Die Kollokationsmethode .....	452
3.3. Die Methode der mechanischen Quadraturen .....	454
3.4. Die Methode der kleinsten Quadrate .....	455
3.5. Der Fall eines nicht invertierbaren Operators .....	456
§ 4. Die näherungsweise Lösung von Systemen singulärer Integralgleichungen ...	457
§ 5. Die näherungsweise Lösung von singulären Integralgleichungen mit entartetem Symbol .....	458
5.1. Die Reduktionsmethode .....	459
5.2. Die Kollokationsmethode .....	460
5.3. Die Methode der mechanischen Quadraturen .....	461
5.4. Die Methode der kleinsten Quadrate .....	461
§ 6. Die näherungsweise Lösung von Systemen singulärer Integralgleichungen mit entartetem Symbol .....	462

<b>Kapitel XVIII: Näherungsweise Lösung mehrdimensionaler singulärer Integralgleichungen</b> .....	463
§ 1. Näherungsweise Berechnung singulärer Integrale .....	563
§ 2. Das Iterationsverfahren .....	466
§ 3. Das Verfahren von BUBNOW-GALERKIN und die Methode der kleinsten Quadrate.....	467
§ 4. Koordinatenfunktionen, die mit Kugelfunktionen in Zusammenhang stehen .	469
§ 5. Der Fall exakt bekannter Eigenfunktionen .....	472
§ 6. Näherungsweise Konstruktion der Eigenfunktionen .....	474
§ 7. Konstruktion der Näherungen und deren Abschätzung im allgemeinen Fall ..	476
§ 8. Anwendung auf eindimensionale singuläre Gleichungen .....	477
§ 9. Anwendung der HERMITESchen Funktionen .....	480
Literaturverzeichnis .....	485
Symbolverzeichnis .....	503
Namenverzeichnis .....	506
Sachverzeichnis .....	509