

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
-----------------------------	----------

I. Teil

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik bei elementaren Wahrscheinlichkeitsfeldern

§ 1. Elementare Wahrscheinlichkeitsfelder	4
1. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	4
2. Mengentheoretische und logische Verknüpfungen	5
3. Das elementare Wahrscheinlichkeitsfeld	6
4. POINCARÉ-SYLVESTERSCHE Formel	8
Aufgaben.	9
§ 2. Einblick in die Kombinatorik	9
1. Permutationen und Kombinationen	9
2. Permutationen mit Einschränkungen	12
3. Ein elementares Entscheidungsproblem	13
Aufgaben.	14
§ 3. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit	17
1. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	17
2. Zweifache Klassifikation, marginale Wahrscheinlichkeit	17
3. BAYESSCHE Formel	18
4. Unabhängigkeit	20
Aufgaben.	22
§ 4. Zufällige Größen und Erwartungswert.	24
1. Definition und Rechnen mit zufälligen Größen	24
2. Indikatorgrößen; SYLVESTERSCHE Formel	25
3. Unabhängige zufällige Größen	26
4. Verteilung, Varianz und Kovarianz	27
Aufgaben.	29
§ 5. Das Gesetz großer Zahlen	33
1. TSCHEBYSCHEFFSche Ungleichung	33
2. Schwaches Gesetz der großen Zahlen	33
3. Häufigkeitsinterpretation von Wahrscheinlichkeiten und erste Beschreibung des statistischen Problems.	34
Aufgaben.	36
§ 6. Verteilung der Summe unabhängiger ganzzahliger zufälliger Größen	37
1. Erzeugende Funktion	37
2. Binomische Verteilung (BERNOULLI-Kette).	38
3. POISSON-Verteilung (Gesetz seltener Ereignisse)	39

4. PASCALSche Verteilung (Wartezeiten bei BERNOULLI-Kette)	41
5. Hypergeometrische Verteilung	42
Aufgaben.	45
§ 7. Zentraler Grenzwertsatz	49
1. Zentraler Grenzwertsatz im DE MOIVRESchen Fall	49
2. Untersuchung der Normalverteilung (Abschätzungen, asymptotische Reihe und Kettenbruchdarstellung)	53
3. Zentraler Grenzwertsatz für die POISSON-Verteilung, STIRLINGSche Formel und Ergänzung zum DE MOIVRESchen Fall	59
4. Normale Approximation der hypergeometrischen Verteilung	62
Aufgaben.	63
§ 8. Statistische Probleme im BERNOULLISchen Fall	65
1. Konfidenzbereiche	65
2. Hypothesentest und Alternativfrage	69
Aufgaben.	71
§ 9. Mehrdimensionale Verteilungen	72
1. Polynomialverteilung	72
2. Zentraler Grenzwertsatz für die Polynomialverteilung.	74
3. Behandlung statistischer Probleme für die Polynomialverteilung durch den χ^2 -Test	76
4. Kontingenztafeln	81
5. Mehrdimensionale hypergeometrische Verteilung	83
Aufgaben.	84
§ 10. Stichprobentheorie	87
1. Schätzung eines Anteils	87
2. Schätzung der Summe reellwertiger Größen	91
3. Hinweis auf höhere Gesichtspunkte	93
Aufgaben.	94

II. Teil

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik bei zufälligen Größen mit Verteilungsdichten

§ 11. Definition und Rechnen mit Dichten zufälliger Größen	96
1. Dichte einer oder mehrerer zufälliger Größen	96
2. Bedingte Dichten, Unabhängigkeit	97
3. Rechnen mit Dichten	100
4. Definition, Darstellung und Eigenschaften des Erwartungswertes.	102
5. Varianz, Kovarianz, Gesetz großer Zahlen	104
6. Kenngrößen von Verteilungen und Abschätzung von Verteilungsfunktionen	105
7. Charakterisierung mehrdimensionaler Verteilungen durch eindimensionale	109
Aufgaben.	111
§ 12. Die empirische Verteilungsfunktion unabhängiger Größen mit derselben Verteilung	114
1. Der Zentralsatz der Statistik (GLIVENKO-CANTELLI)	114
2. Rechnerische Behandlung und graphische Darstellung	115
3. Die Sätze von KOLMOGOROFF und SMIRNOFF.	119
Aufgaben.	125

§ 13. Geordnete Stichproben und Anordnungsseigenschaften unabhängiger Größen mit gleicher Verteilung	127
1. Geordnete Stichprobe und Quantile	127
2. Toleranzbereiche	130
3. Größter Abstand in der geordneten Stichprobe	132
4. Überschreitungswahrscheinlichkeiten	135
5. Einige Zwei-Stichproben-Rang-Teste	140
Aufgaben	141
§ 14. Statistisches Alternativproblem	144
1. Likelihoodquotiententest	144
2. Verhalten des Testes bei wachsender Beobachtungszahl	147
3. Anwendung auf die Informationstheorie	152
4. Monotone Likelihoodquotienten	153
5. Mehrfach-Alternativen	154
Aufgaben	155
§ 15. Schadensfunktion und Sequentialverfahren für das Alternativproblem	155
1. BAYESSche und andere Entscheidungsverfahren	155
2. Sequentialverfahren	157
3. BAYESSche Sequentialverfahren	163
Aufgaben	164
§ 16. Normalverteilung und zentraler Grenzwertsatz	166
1. Eindimensionale Normalverteilung	166
2. Mehrdimensionale Normalverteilung	167
3. Zentraler Grenzwertsatz	170
Aufgaben	173
§ 17. Allgemeine Schätztheorie	174
1. Maximum-Likelihood-Schätzmethode	174
2. Informationsungleichung (Ungleichung von CRAMÉR und RAO)	179
3. Erschöpfende Schätzfunktionen	181
4. Ausdehnung auf mehrere Parameter	184
5. BAYESSche Schätzung und andere Gesichtspunkte	187
Aufgaben	190
§ 18. Schätzungen bei linearen Modellen	192
1. Fragestellung, Methode und allgemeine Eigenschaften der Schätzfunktionen	192
2. Einfache lineare Regression	196
3. Konfidenzbereiche bei bekannter und unbekannter Varianz	198
4. Gleichzeitige Schätzung mehrerer Parameter	202
5. Andere Regressionsmodelle und Korrelationsmaße	204
Aufgaben	207
§ 19. Allgemeine Testtheorie	208
1. Testen eines Parameters	208
2. Testen mehrerer Parameter	210
3. Anwendung auf die Polynomialverteilung (χ^2 -Test)	211
4. Zusammengesetzte Hypothesen	212
5. Anwendungen auf den χ^2 -Test und auf die Kontingenztafel	214
Aufgaben	215

§ 20. Testtheorie bei linearen Modellen	217
1. Fragestellung und einfaches Beispiel	217
2. Die allgemeine Methode	218
3. Verhalten der Testgröße bei Gültigkeit und Nichtgültigkeit der Hypothese	221
4. Beispiele von Varianzanalysen	224
5. Andere lineare Modelle	227
Aufgaben.	229

Anhang

Theorie und Anwendungen der Extreme mit Ungleichungen als Nebenbedingungen

1. Die Multiplikatorregel für lineare Funktionen	230
2. Der Dualitätssatz der linearen Optimierung	232
3. Der Hauptsatz der Theorie der Spiele	234
4. Abschätzung von Erwartungswerten und Wahrscheinlichkeiten	235
5. Aufstellung optimaler Teste	237
6. Ungünstigste Verteilungen	237
7. Nichtlineare Extremwertaufgaben	239
Aufgaben	240
Literaturverzeichnis	242
Namen- und Sachverzeichnis	246