

# Inhalt

<b>0.</b>	<b>Einleitung</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>1.</b>	<b>Zufällige Ereignisse</b> . . . . .	<b>14</b>
1.1.	Zufällige Versuche . . . . .	14
1.2.	Zufällige Ereignisse . . . . .	15
1.3.	Operationen zwischen zufälligen Ereignissen . . . . .	19
1.3.1.	Summe von Ereignissen . . . . .	20
1.3.2.	Produkt von Ereignissen . . . . .	21
1.3.3.	Entgegengesetztes oder komplementäres Ereignis . . . . .	23
1.3.4.	Differenz von Ereignissen . . . . .	24
1.3.5.	Symmetrische Differenz von Ereignissen . . . . .	24
1.4.	Das Ereignisfeld . . . . .	25
1.5.	Ereignisfelder und Mengenalgebren . . . . .	27
<b>2.</b>	<b>Wahrscheinlichkeit</b> . . . . .	<b>30</b>
2.1.	Relative Häufigkeit . . . . .	31
2.2.	Klassische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	34
2.3.	Geometrische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	38
2.4.	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	41
2.5.	Rechengesetze für Wahrscheinlichkeiten . . . . .	44
<b>3.</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeit</b> . . . . .	<b>47</b>
3.1.	Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit . . . . .	47
3.2.	Multiplikationssatz für Wahrscheinlichkeiten . . . . .	51
3.3.	Unabhängigkeit zufälliger Ereignisse . . . . .	53
3.4.	Formel der totalen Wahrscheinlichkeit . . . . .	55
3.5.	Bayessche Formel . . . . .	57
<b>4.</b>	<b>Diskrete Zufallsgrößen</b> . . . . .	<b>60</b>
4.1.	Allgemeine Definition der Zufallsgröße . . . . .	61
4.2.	Definition der diskreten Zufallsgröße . . . . .	65

4.3.	Charakteristiken diskreter Zufallsgrößen . . . . .	68
4.4.	Die diskrete gleichmäßige Verteilung . . . . .	74
4.5.	Die Binomialverteilung . . . . .	74
4.6.	Die hypergeometrische Verteilung . . . . .	80
4.7.	Die Poissonverteilung . . . . .	82
<b>5.</b>	<b>Stetige Zufallsgrößen</b> . . . . .	<b>86</b>
5.1.	Definition der stetigen Zufallsgröße . . . . .	87
5.2.	Charakteristiken stetiger Zufallsgrößen . . . . .	89
5.3.	Die stetige gleichmäßige Verteilung . . . . .	93
5.4.	Die Normalverteilung . . . . .	94
5.5.	Die Exponentialverteilung . . . . .	101
5.6.	$\chi^2$ -, $t$ - und $F$ -Verteilung . . . . .	103
5.6.1.	Die $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	104
5.6.2.	Die $t$ -Verteilung . . . . .	106
5.6.3.	Die $F$ -Verteilung . . . . .	107
<b>6.</b>	<b>Zufällige Vektoren</b> . . . . .	<b>109</b>
6.1.	Allgemeine Definition des zufälligen Vektors . . . . .	110
6.2.	Diskrete zufällige Vektoren . . . . .	113
6.3.	Stetige zufällige Vektoren . . . . .	118
6.4.	Unabhängigkeit von Zufallsgrößen . . . . .	123
6.5.	Verteilung von Funktionen von Zufallsgrößen . . . . .	127
<b>7.</b>	<b>Grenzwertsätze</b> . . . . .	<b>134</b>
7.1.	Die Čebyševsche Ungleichung . . . . .	135
7.2.	Konvergenzarten in der Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	138
7.3.	Das Bernoullische und das Poissonsche Gesetz der großen Zahlen . . . . .	142
7.4.	Allgemeine Fassung des Gesetzes der großen Zahlen . . . . .	145
7.5.	Der Grenzwertsatz von DE MOIVRE-LAPLACE . . . . .	149
7.6.	Allgemeine Fassung des Zentralen Grenzwertsatzes . . . . .	152
<b>8.</b>	<b>Beschreibende Statistik</b> . . . . .	<b>156</b>
8.1.	Methoden bei einem meßbaren Merkmal . . . . .	157
8.2.	Statistische Maßzahlen bei einem meßbaren Merkmal . . . . .	160
8.2.1.	Mittelwerte . . . . .	161
8.2.2.	Streuungsmaße . . . . .	162
8.3.	Methoden bei zwei meßbaren Merkmalen . . . . .	163
8.4.	Statistische Maßzahlen bei zwei meßbaren Merkmalen . . . . .	164
<b>9.</b>	<b>Grundbegriffe der mathematischen Statistik</b> . . . . .	<b>167</b>
9.1.	Aufgabenstellungen der mathematischen Statistik . . . . .	167
9.2.	Grundgesamtheit und Stichprobe . . . . .	169
9.3.	Der Hauptsatz der mathematischen Statistik . . . . .	172
9.4.	Stichprobenfunktionen . . . . .	176
<b>10.</b>	<b>Einführung in die Schätztheorie</b> . . . . .	<b>180</b>
10.1.	Aufgabenstellungen der Schätztheorie . . . . .	180
10.2.	Punktschätzungen (Eigenschaften) . . . . .	183
10.3.	Zur Konstruktion von Punktschätzungen . . . . .	191
10.4.	Wichtige Beispiele für Punktschätzungen . . . . .	196
10.4.1.	Punktschätzung für unbekanntem Erwartungswert . . . . .	196
10.4.2.	Punktschätzungen für unbekanntes Streuung . . . . .	197

10.4.3.	Punktschätzung für unbekannte Wahrscheinlichkeit . . . . .	198
10.4.4.	Punktschätzung für unbekannte Verteilungsfunktion . . . . .	198
10.4.5.	Punktschätzung für unbekanntes Korrelationskoeffizienten . . . . .	199
10.5.	Konfidenzschätzungen . . . . .	200
10.6.	Wichtige Beispiele für Konfidenzschätzungen . . . . .	205
10.6.1.	Konfidenzintervalle für die Parameter einer Normalverteilung . . . . .	205
10.6.2.	Konfidenzschätzung für unbekannte Wahrscheinlichkeit . . . . .	207
10.6.3.	Konfidenzschätzung für unbekannte Verteilungsfunktion . . . . .	209
<b>11.</b>	<b>Einführung in die Testtheorie . . . . .</b>	<b>211</b>
11.1.	Aufgabenstellung der Testtheorie . . . . .	211
11.2.	Grundbegriffe der Testtheorie . . . . .	213
11.3.	Allgemeines Vorgehen beim Signifikanztest . . . . .	219
11.4.	Wichtige Beispiele für Parametertests . . . . .	223
11.4.1.	Einfacher $t$ -Test . . . . .	223
11.4.2.	Doppelter $t$ -Test . . . . .	225
11.4.3.	$\chi^2$ -Streuungstest . . . . .	226
11.4.4.	$F$ -Test . . . . .	227
11.4.5.	Test für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit . . . . .	227
11.5.	Wichtige Beispiele für verteilungsfreie Tests . . . . .	228
11.5.1.	$\chi^2$ -Anpassungstest . . . . .	229
11.5.2.	Kolmogorov-Test . . . . .	230
11.5.3.	$\chi^2$ -Homogenitätstest . . . . .	231
11.5.4.	Zeichentest . . . . .	232
11.5.5.	$\chi^2$ -Unabhängigkeitstest . . . . .	232
11.6.	Ein Anwendungsbeispiel . . . . .	234
<b>12.</b>	<b>Tafeln zu einigen wichtigen Verteilungen . . . . .</b>	<b>236</b>
12.1.	Zur Binomialverteilung . . . . .	237
12.2.	Zur Poissonverteilung . . . . .	240
12.3.	Zur Normalverteilung . . . . .	243
12.4.	Zur $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	246
12.5.	Zur $t$ -Verteilung . . . . .	248
12.6.	Zur $F$ -Verteilung . . . . .	249
<b>13.</b>	<b>Zur Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .</b>	<b>254</b>
<b>Literatur . . . . .</b>		<b>260</b>
<b>Namen- und Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>263</b>