

Inhalt

1	<i>Einleitung</i>	1
Kapitel I. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung		3
2	<i>Wahrscheinlichkeiten</i>	4
2.1	Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition	4
2.2	Geometrische Wahrscheinlichkeiten	4
2.3	Häufigkeitsinterpretation der Wahrscheinlichkeiten	5
2.4	Axiomatische Wahrscheinlichkeiten	5
2.5	Subjektive Wahrscheinlichkeiten	6
2.6	Übungen	6
3	<i>Wahrscheinlichkeitsräume</i>	7
3.1	Ereignisfelder	7
3.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	9
3.3	Beispiele von Wahrscheinlichkeitsräumen	10
3.4	Übungen	10
4	<i>Struktur allgemeiner Wahrscheinlichkeitsräume</i>	11
✓ 4.1	Satz über Wahrscheinlichkeitsräume	11
4.2	Boolesche Ungleichung	11
4.3	Additionstheorem für Wahrscheinlichkeiten	12
✓ 4.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	12
4.5	Multiplikationstheorem für Wahrscheinlichkeiten	13
4.6	Satz von der vollständigen Wahrscheinlichkeit und Bayessche Formel	13
4.7	Übungen	14
5	<i>Stochastische Unabhängigkeit und Produkt- wahrscheinlichkeitsräume</i>	15
5.1	Stochastische Unabhängigkeit	15
5.2	Produktwahrscheinlichkeitsräume	16
5.3	Übungen	18
Kapitel II. Stochastische Größen und deren Wahrscheinlichkeits- verteilungen		19
6	<i>Stochastische Größen</i>	20
6.1	Mathematisches Modell	20

VIII	Inhalt
6.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stochastischen Größe 21
6.3	Übungen 22
7	<i>Verteilungsfunktionen eindimensionaler stochastischer Größen</i> . . 23
7.1	Verteilungsfunktionen 24
7.2	Typen von Verteilungsfunktionen 26
7.3	Übungen 27
8	<i>Diskrete eindimensionale Verteilungen</i> 28
8.1	Dirac-Verteilung δ_μ 28
8.2	Diskrete Gleichverteilung D_m 29
8.3	Alternativverteilung A_p 29
8.4	Binomialverteilung $B_{n,p}$ 30
8.5	Hypergeometrische Verteilung $H_{N,A,n}$ 30
8.6	Poisson-Verteilung P_μ 31
8.7	Geometrische Verteilung G_p 31
8.8	Übungen 32
9	<i>Kontinuierliche eindimensionale Verteilungen</i> 33
9.1	Kontinuierliche Gleichverteilung $U_{a,b}$ 33
9.2	Exponentialverteilung Ex_τ 34
9.3	Standard-Normalverteilung $N(0, 1)$ 35
9.4	Allgemeine Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$ 35
9.5	Logarithmische Normalverteilung $LN(\mu, \sigma^2)$ 37
9.6	t -Verteilung t_n 38
9.7	Chiquadrat-Verteilung χ_n^2 38
9.8	F -Verteilung $F_{m,n}$ 39
9.9	Betaverteilung $Be(a, b)$ 39
9.10	Gammaverteilung $\gamma(\alpha, \beta)$ 40
9.11	Modus (= Modalwert) einer Verteilung 40
9.12	Übungen 40
10	<i>Gemischte eindimensionale Verteilungen</i> 41
10.1	Mischverteilungen 43
10.2	Übungen 43
11	<i>Erwartungswert einer eindimensionalen stochastischen Größe</i> . . . 44
11.1	Diskrete Verteilungen 44
11.2	Kontinuierliche Verteilungen 45
11.3	Gemischte Verteilungen 46
11.4	Übungen 46
12	<i>Erwartungswerte von Funktionen stochastischer Größen</i> 47
12.1	Momente von stochastischen Größen bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen 48
12.2	Varianz einer stochastischen Größe 49
12.3	Übungen 50

<i>13 Stochastische Vektoren und mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen</i>	51
13.1 Diskrete m -dimensionale Verteilungen	52
13.2 Kontinuierliche m -dimensionale Verteilungen	53
13.3 Gemischte m -dimensionale Verteilungen	55
13.4 Randverteilungen	55
13.5 Übungen	57
<i>14 Kovarianz, Korrelation und Unabhängigkeit stochastischer Größen</i>	58
14.1 Erwartungswert von Funktionen von stochastischen Vektoren ..	58
14.2 Kovarianz	60
14.3 Korrelationskoeffizient	61
14.4 Stochastische Unabhängigkeit	62
14.5 Übungen	64
<i>15 Bedingte Verteilungen und bedingte Erwartung</i>	65
15.1 Diskrete Verteilungen	65
15.2 Kontinuierliche Verteilungen	66
15.3 Bedingte Erwartung	67
15.4 Übungen	69
<i>16 Charakteristische Funktionen</i>	70
16.1 Satz über charakteristische Funktionen	71
16.2 Übungen	72
<i>17 Funktionen stochastischer Größen</i>	73
17.1 Transformation eindimensionaler stochastischer Größen	73
17.2 Maximum und Minimum stochastischer Größen	75
17.3 Faltung diskreter Verteilungen	76
17.4 Faltung kontinuierlicher Verteilungen	76
17.5 Übungen	78
<i>18 Die Tschebyscheffsche Ungleichung</i>	79
18.1 Tschebyscheffsche Ungleichung	79
18.2 Übungen	79
Kapitel III. Folgen von stochastischen Größen	81
<i>19 Gesetze der großen Zahlen</i>	82
19.1 Schwaches Gesetz der großen Zahlen	82
19.2 Starkes Gesetz der großen Zahlen	84
19.3 Übungen	84
<i>20 Zentraler Grenzwertungssatz</i>	85
20.1 Konvergenz gegen die Normalverteilung	85
20.2 Approximation durch eine Normalverteilung	88
20.3 Übungen	89

X	Inhalt
21	<i>Markoff-Ketten</i> 90
21.1	Die Chapman-Kolmogoroff-Gleichungen 91
21.2	Grenzverteilungen für Markoff-Ketten 92
21.3	Übungen 92
 Kapitel IV. Kontinuierliche stochastische Prozesse 93	
22	<i>Erneuerungsprozesse</i> 94
22.1	Übungen 96
23	<i>Poisson-Prozesse</i> 97
23.1	Übungen 99
24	<i>Gauß-Prozesse</i> 100
24.1	Übungen 101
 Kapitel V. Klassische schließende Statistik 103	
25	<i>Stichproben stochastischer Größen und statistische Entscheidungen</i> 104
25.1	Übungen 105
26	<i>Klassische Punktschätzungen für Parameter</i> 106
26.1	Unverzerrtheit 107
26.2	Effizienz 107
26.3	Konsistenz 109
26.4	Plausibilität 110
26.5	Verlustminimierung 112
26.6	Übungen 114
27	<i>Der Fundamentalsatz der Statistik</i> 115
27.1	Übungen 117
28	<i>Klassische Bereichsschätzungen für Parameter</i> 118
28.1	Konfidenzfunktionen 118
28.2	Pivot-Größen 118
28.3	Konfidenzintervalle für eindimensionale Parameter 119
28.4	Konfidenzintervalle für geraffte Parameter 120
28.5	Zweidimensionaler Konfidenzbereich für den Parameter $\theta = (\mu, \sigma^2)$ der Normalverteilung 123
28.6	Übungen 124
29	<i>Grundlegendes über statistische Tests</i> 125
29.1	Statistische Hypothesen 125
29.2	Testfunktionen und Verwerfungsräume 126
29.3	Fehler erster und zweiter Art 126
29.4	Übungen 127

30	<i>Plausibilitätsquotiententests und der Satz von Neyman und Pearson</i>	128
30.1	Plausibilitätsquotiententests	128
30.2	Der Satz von Neyman und Pearson	129
30.3	Übungen	130
31	<i>Tests für Normalverteilungen</i>	131
31.1	<i>t</i> -Test für das Mittel einer Normalverteilung	131
31.2	Test für die Varianz einer Normalverteilung	132
31.3	<i>t</i> -Test für die Gleichheit zweier Normalverteilungen mit identischer Varianz	132
31.4	<i>F</i> -Test für die Gleichheit der Varianzen zweier Normalverteilungen	133
31.5	Übungen	134
32	<i>Der Chiquadrat-Anpassungstest</i>	135
32.1	Chiquadrat-Test für einfache Hypothesen	135
32.2	Chiquadrat-Test für zusammengesetzte Hypothesen	136
32.3	Übungen	138
33	<i>Klassische Regressionsrechnung</i>	139
33.1	Regressionsfunktionen	139
33.2	Regressionsgeraden	140
33.3	Multiple lineare Regressionsmodelle	143
33.4	Übungen	145
Kapitel VI. Elemente der Bayes-Statistik		147
34	<i>Das Bayessche Theorem</i>	148
34.1	Diskreter Fall	148
34.2	Kontinuierlicher Fall (Bayessches Theorem)	148
34.3	Übungen	151
35	<i>Suffizienz und konjugierte Verteilungsfamilien</i>	152
35.1	Suffiziente Statistiken	152
35.2	Konjugierte Verteilungsfamilien	154
35.3	Übungen	155
36	<i>Verwertung der A-posteriori-Verteilung</i>	157
36.1	Prädiktivverteilungen	157
36.2	A-posteriori-Bayes-Schätzer	157
36.3	HPD-Bereiche	159
36.4	A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten von statistischen Hypothesen	159
36.5	Übungen	160
37	<i>Bayessche Entscheidungsregeln</i>	161
37.1	Statistische Entscheidungen	162
37.2	Bayessche Entscheidungsregeln	163
37.3	Bayes-Schätzer	164
37.4	Bayes-Tests	165
37.5	Übungen	167

Kapitel VII. Statistische Analyse für unscharfe Daten	169
38 <i>Unscharfe Daten</i>	170
38.1 Unscharfe Zahlen	170
38.2 Unscharfe Stichproben	171
38.3 Unscharfe Vektoren	171
38.4 Kombination unscharfer Beobachtungen	171
38.5 Übungen	172
39 <i>Klassische Parameterschätzung für unscharfe Stichproben</i>	173
39.1 Schätzfunktionen für Parameter	173
39.2 Konfidenzbereiche	174
39.3 Übungen	175
40 <i>Schätzung der Verteilungsfunktion für unscharfe Stichproben</i> ...	176
40.1 Adaptierte empirische Verteilungsfunktion	176
40.2 Unscharfe empirische Verteilungsfunktion	177
40.3 Übungen	178
41 <i>Bayessche Analyse für unscharfe Daten</i>	179
41.1 Unscharfe A-posteriori-Verteilungen	179
41.2 Unscharfe Prädiktivverteilungen	180
41.3 Unscharfe Vertrauensbereiche	181
41.4 Übungen	182
42 <i>Bemerkungen zur schließenden Statistik für unscharfe Stichproben</i>	183
Tabellen	184
Standard-Normalverteilung	184
<i>t</i> -Verteilungen	185
Chiquadrat-Verteilungen	186
<i>F</i> -Verteilungen	188
Literatur	191
Lehrbücher und Monographien	191
Nachschlagewerke und Tabellen	191
Symbolverzeichnis	193
Sachverzeichnis	195