

INHALTSVERZEICHNIS

I. Gegenstand und Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Statistik	15
II. Zufällige Ereignisse	24
§ 1. Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	24
2.1.1. Versuch, Ereignisfeld, Verknüpfung von Ereignissen	24
2.1.2. Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	29
2.1.3. Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung	32
2.1.4. Stichproben ohne Zurücklegen, Zufallszahlen	39
§ 2. Bedingte Wahrscheinlichkeiten	42
2.2.1. Der Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit	42
2.2.2. Eigenschaften der bedingten Wahrscheinlichkeiten. Der Multiplikationssatz und der allgemeine Additionssatz für Wahrscheinlichkeiten	46
2.2.3. Unabhängige Ereignisse. Der Multiplikationssatz für unabhängige Ereignisse	50
2.2.4. Die Formel der totalen Wahrscheinlichkeit	52
2.2.5. Die Formel für die Wahrscheinlichkeit von Hypothesen (Bayessche Formel)	
§ 3. Vereinigung von Versuchen	54
2.3.1. Definition der Vereinigung von Versuchen. Unabhängige Versuche	54
2.3.2. Einige Grundbegriffe der Informationstheorie. Entropie. Kodierungsproblem	56
2.3.3. Die Binomialverteilung	65
2.3.4. Noch einmal zum Schema unabhängiger Versuche. Zuverlässigkeit eines Systems	69
III. Zufallsgrößen	75
§ 1. Diskrete Zufallsgrößen	75
3.1.1. Die Verteilung einer diskreten Zufallsgröße	75
3.1.2. Mittelwert und Erwartungswert, Häufigster Wert	80
3.1.3. Zentrale Momente, Streuung und Standardabweichung, Variationskoeffizient, Durchschnittliche Abweichung, Schiefe und Exzeß	85
3.1.4. Die Binomialverteilung, Die momenterzeugende Funktion einer diskreten Verteilung	92
3.1.5. Die hypergeometrische Verteilung	98
3.1.6. Die Poissonsche Verteilung	100
3.1.7. Die Poissonsche Verteilung im Schema unabhängiger Versuche mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten und ihre Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie	104
§ 2. Die Verteilung stetiger Zufallsgrößen	106
3.2.1. Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion, Quantile, Median	106
3.2.2. Die Momente einer stetigen Verteilung, Erwartungswert und Streuung, Modalwert	113
3.2.3. Die empirische Verteilung einer stetigen Zufallsgröße, Klasseneinteilung der Meßwerte, Strichliste, Häufigkeitspolygon, Histogramm, Empirische Kennzahlen	116
3.2.4. Die Zuverlässigkeit eines Elements in einem System als Funktion der Zeit	125

IV. Die Normalverteilung	128
§ 1. Eigenschaften der Normalverteilung	128
4.1.1. Die Verteilungsdichte und die Parameter der Normalverteilung	128
4.1.2. Erzeugende Funktion, Momente, Schiefe und Exzeß normalverteilter Zufallsgrößen	136
§ 2. Die Funktion $\Phi_0(z)$ und die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für normal- verteilte Zufallsgrößen	138
4.2.1. Die Funktion $\Phi_0(z)$	138
§ 3. Anwendung der Normalverteilung bei der Schätzung von Wahrscheinlichkeiten und bei der Prüfung von Hypothesen	141
4.3.1. Die Normalverteilung als Näherung der Binomialverteilung. Der Satz von JAKOB BERNOULLI. Der Satz von LAPLACE	141
4.3.2. Konfidenzintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit	148
4.3.3. Konfidenzintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit bei kleinen Stichproben	152
V. Mehrdimensionale Verteilungen. Das Gesetz der großen Zahlen und der zentrale Grenzwertsatz	156
§ 1. Zweidimensionale Verteilungen	156
5.1.1. Zweidimensionale Verteilungen und bedingte Verteilungen	156
5.1.2. Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	165
§ 2. Die Kenngrößen mehrdimensionaler Verteilungen	166
5.2.1. Erwartungswert einer Funktion von mehreren Zufallsgrößen	166
5.2.2. Kovarianz und Korrelationskoeffizient. Die Streuung einer Summe	169
5.2.3. Angenäherte Bestimmung des Erwartungswertes und der Streuung einer Funktion mehrerer Zufallsgrößen	174
5.2.4. Die zweidimensionale Normalverteilung	176
5.2.5. Das Hyperbelnavigationsverfahren	180
§ 3. Das Gesetz der großen Zahlen	183
5.3.1. Die Tschebyscheffsche Ungleichung	183
5.3.2. Das Gesetz der großen Zahlen	185
§ 4. Die Faltung von Verteilungen. Der zentrale Grenzwertsatz	188
5.4.1. Der Begriff der Faltung	188
5.4.2. Die erzeugende Funktion einer Faltung. Der zentrale Grenzwertsatz	192
5.4.3. Die Rolle der Normalverteilung in den Anwendungen	197
VI. Schätzen von Parametern	199
§ 1. Grundbegriffe der Stichprobenmethode und die Aufgaben der mathematischen Statistik	199
6.1.1. Der Begriff der Stichprobe	199
6.1.2. Die Verteilung der Stichprobe und Stichprobenfunktionen. Konsistente und erwartungstreue Schätzungen. Eine erwartungstreue Schätzung der Streuung.	200
6.1.3. Der Hauptsatz der mathematischen Statistik	204
§ 2. Statistische Schätzungen der Verteilungsparameter bei großen Stichproben	205
6.2.1. Bedeutung der Konsistenz, der Erwartungstreue und der Effektivität von Schätzungen	205
6.2.2. Die asymptotische Verteilung der empirischen Kenngrößen	207
6.2.3. Die Maximum-Likelihood-Methode zur Bestimmung von Parameter- schätzungen. Die Momentenmethode	209
6.2.4. Schätzung des Verteilungszentrums mit Hilfe von Beobachtungen ver- schiedener Genauigkeit	213

§ 3. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen einiger empirischer Kenngrößen	217
6.3.1. Die χ^2 -Verteilung	217
6.3.2. Die Studentsche t -Verteilung	221
6.3.3. Die F -Verteilung	224
6.3.4. Die Verteilung der empirischen Streuung einer Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit	225
6.3.5. Die Verteilung des t -Quotienten	228
§ 4. Schätzung der Verteilungsparameter an Hand kleiner Stichproben	229
6.4.1. Der Begriff der Konfidenzschätzung. Konfidenzintervalle für das Verteilungszentrum μ bei bekanntem σ	229
6.4.2. Konfidenzintervalle für das Verteilungszentrum bei unbekanntem σ	232
6.4.3. Konfidenzintervalle für σ	234
6.4.4. Schätzung des Parameters σ an Hand der Spannweiten unabhängiger Stichproben	235
6.4.5. Konfidenzintervalle im Fall asymptotisch normalverteilter Schätzungen	237
6.4.6. Toleranzbereiche	238
6.4.7. Lebensdauerprüfung — Schätzung des Parameters λ einer exponentialverteilten Grundgesamtheit	240
VII. Statistische Prüfung von Hypothesen	245
§ 1. Aufgabenstellung. Prüfung von Hypothesen über Wahrscheinlichkeiten, Verteilungen und Mittelwerte	245
7.1.1. Statistische Prüfung einer Hypothese über Wahrscheinlichkeiten	245
7.1.2. Prüfen von Hypothesen. Allgemeine Aufgabenstellung. Hypothese über die Lage des Erwartungswerts	248
7.1.3. Der Zeichentest	255
7.1.4. Vergleich zweier Mittelwerte	260
§ 2. Prüfen von Hypothesen über Streuungen	263
7.2.1. Prüfen einer Hypothese über die Gleichheit zweier Streuungen (F -Test)	263
7.2.2. Prüfen der Hypothese über die Gleichheit von mehreren Streuungen (Cochran-Test)	265
§ 3. Prüfung von Hypothesen über das Verteilungsgesetz	266
7.3.1. Der χ^2 -Anpassungstest	266
7.3.2. Prüfung der Hypothese auf Normalverteilttheit mit Hilfe von Schiefe und Exzeß	273
7.3.3. Prüfen der Hypothese, daß zwei Stichproben ein und derselben Grundgesamtheit entstammen	273
7.3.4. Der ω^2 -Anpassungstest	277
7.3.5. Ausreißertests	280
7.3.6. Prüfen der Hypothese, daß Grundgesamtheiten normalverteilt sind, mittels mehrerer kleiner Stichproben	283
VIII. Abriß der Varianzanalyse	288
§ 1. Der Begriff der Varianzanalyse. Einfache Varianzanalyse	288
8.1.1. Aufgaben der Varianzanalyse	288
8.1.2. Die einfache Varianzanalyse	288
§ 2. Mehrfache Varianzanalyse	297
8.2.1. Die doppelte Varianzanalyse	297
8.2.2. Beispiel einer doppelten Varianzanalyse	300

IX. Abriß der Korrelationstheorie	303
§ 1. Der Begriff der Korrelation und der Regression	303
9.1.1. Stochastische Bindungen	303
9.1.2. Regressionslinien. Bedingte Streuungen	304
9.1.3. Korrelationskoeffizient und Regressionsgeraden	306
9.1.4. Die lineare Korrelation	310
9.1.5. Das Korrelationsverhältnis	311
§ 2. Die Schätzung der Korrelationskenngrößen an Hand von Stichproben	313
9.2.1. Die empirischen Kenngrößen einer stochastischen Bindung und ihre Berechnung	313
9.2.2. Das empirische Korrelationsverhältnis	319
9.2.3. Konfidenzschätzungen	320
9.2.4. Prüfung der Hypothese $\rho = 0$	322
§ 3. Regressionsprobleme	322
9.3.1. Die Aufgabenstellung	322
9.3.2. Schätzung der Parameter mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate	324
9.3.3. Der allgemeine Fall der linearen Regression	332
X. Berechnung, Untersuchung und Kontrolle der Genauigkeit mit Methoden der Wahr- scheinlichkeitsrechnung und Statistik	335
§ 1. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Methode der Berechnung von Maßketten	335
10.1.1. Der Begriff der Maßkette	335
10.1.2. Die Berechnung einer Maßkette	336
§ 2. Statistische Methoden zur Untersuchung der Genauigkeit und der Stabilität technologischer Prozesse	344
10.2.1. Die Untersuchung der Genauigkeit technologischer Prozesse	344
10.2.2. Statistische Methoden zur Untersuchung der Stabilität eines techno- logischen Prozesses	349
§ 3. Statistische Methoden der prophylaktischen Qualitätskontrolle	353
10.3.1. Allgemeine Begriffe und Hauptaufgaben	353
10.3.2. Einige Verfahren der statistischen Qualitätsregelung	353
10.3.3. Über die Auswahl des Kontrollverfahrens und seiner Parameter	357
§ 4. Statistische Methoden in der Eingangs- und Endkontrolle	361
10.4.1. Grundbegriffe und Aufgabenstellung	361
10.4.2. Einfache Stichprobe	362
10.4.3. Einfache Stichprobenpläne mit der Annahmezahl $c = 0$	365
§ 5. Die Theorie der extremalen Stichprobenelemente und ihre Anwendung	366
10.5.1. Die Theorie des „schwächsten Gliedes“ und die Verteilungsgesetze der extremalen Stichprobenelemente	366
10.5.2. Die Anwendung des Verteilungsgesetzes $F_1(u)$ auf die Bestimmung der extremalen Abflussmengen von Flüssen	372
10.5.3. Die statistische Deutung der Resultate von Dauerfestigkeitsprüfungen	382
XI. Grundbegriffe der Theorie der zufälligen Prozesse und einige Anwendungen	388
§ 1. Zufällige Prozesse und ihre Kenngrößen	388
11.1.1. Der Begriff des zufälligen Prozesses	388
11.1.2. Erwartungswert, Streuung und Korrelationsfunktion eines zufälligen Prozesses	390

§ 2. Einige Beispiele zufälliger Prozesse 394

11.2.1. Poissonsche Prozesse 394

11.2.2. Die Verteilung des Abstandes zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ereignissen in einem Poissonschen Prozeß 401

11.2.3. Markoffsche Prozesse 402

11.2.4. Das Erlangsche Problem für ein endliches Bündel 406

11.2.5. Statistisches Modell eines Staubeckens 413

11.2.6. Stationäre zufällige Prozesse 416

11.2.7. Bestimmung der „tragenden Länge“ von Profilschnitten 418

§ 3. Einiges zur Statistik zufälliger Prozesse 422

11.3.1. Bestimmung der statistischen Schätzwerte eines zufälligen Prozesses 422

11.3.2. Bestimmung statistischer Schätzwerte für die Kenngrößen stationärer zufälliger Prozesse 424

ANHANG

Tafel I. Verteilungsdichte $\varphi(z)$ der normierten Normalverteilung 426

Tafel II. Die Funktion $\Phi_0(z)$ 428

Tafel III. Kennzahlen der Verteilung der Spannweite R_n für Stichproben vom Umfang n aus einer nach $N(\mu, \sigma^2)$ normalverteilten Grundgesamtheit (Erwartungswert, Standardabweichung und p -Quantile x_p) 430

Tafel IV. Obere 100 p -prozentige Werte χ_p^2 der χ^2 -Verteilung 432

Tafel V. 100 p -prozentige Werte $t_{p,m}$ der Studentischen t -Verteilung 434

Tafel VI. Obere fünfprozentige Werte $F_{0,05; m_1 m_2}$ und obere einprozentige Werte $F_{0,01; m_1 m_2}$ der F -Verteilung 435

Tafel VII. Kritische Zahlen \bar{m}_N zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,01; 0,05; 0,10$ und $0,25$ (Zeichentest). 442

Tafel VIII. Kritische Werte g_λ der Größe G_{\max} zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$ und $\alpha = 0,05$ (Cochran-Test) 443

Tafel IX. Werte der Koeffizienten der relativen Schiefe α und der relativen Streuung k für verschiedene Verteilungsgesetze 444

Tafel X. Quantile der normierten doppelten Exponentialverteilung; y in Abhängigkeit von bestimmten Werten von $\Psi(y) = e^{-e^{-y}}$ 447

Tafel XI. Poissonsche Verteilung $\pi_\lambda(m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$ und $\sum_{m=k}^{\infty} \pi_\lambda(m)$ 458

Tafel XII. Obere 100 α -prozentige Werte $v_{\lambda;n}$ der Verteilung der Zufallsgröße $T = \frac{x_{\max} - \bar{x}}{s}$ bzw. $T = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{s}$ 466

Erläuterungen zu den Tafeln 467

Literaturverzeichnis 471

Namen- und Sachverzeichnis 475