

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>13</b>
1.1	Anwendung der Mathematik . . . . .	13
1.2	Die Qualität der mathematischen Behandlung . . . . .	14
1.2.1	Die Qualität des Modells . . . . .	14
1.2.2	Die Qualität des Lösungsverfahrens . . . . .	17
1.2.3	Die Qualität der Daten . . . . .	18
1.3	Zur Modellharmonie . . . . .	20
1.4	Zur Informationsbilanz . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Mathematische Darstellung einfacher Daten und Zusammenhänge</b>	<b>23</b>
2.1	Einige elementare Verfahren der Datenanalyse . . . . .	23
2.1.1	Daten und ihre Darstellung . . . . .	23
2.1.2	Einfache Verfahren der Datenanalyse . . . . .	26
2.2	Darstellung funktionaler Abhängigkeiten bei Daten . . . . .	31
2.2.1	Abhängigkeit und Daten . . . . .	31
2.2.2	Interpolation . . . . .	33
2.3	Lokale Approximation . . . . .	35
2.3.1	Approximation . . . . .	36
2.3.2	Andere Approximationsprinzipie . . . . .	44
2.3.3	Empirische Glättung . . . . .	45
2.4	Globale Approximation . . . . .	47
2.4.1	Näherungsweise funktionale Beziehungen . . . . .	48
2.4.2	Approximation mit lokal variablen Ansätzen . . . . .	50
2.4.3	Approximation in Differential- und Integralgleichungen . . . . .	54
2.5	Näherungsweise Optimierung empirischer Funktionen . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Erfassung und Verwendung der Beobachtungsunschärfe</b>	<b>56</b>
3.1	Erfassung durch Intervalle . . . . .	56

Inhalt	11
3.1.1	Einfache Fehlerfortpflanzung . . . . . 56
3.1.2	Grundgedanken der Intervallmathematik . . . . . 58
3.2	Erfassung durch unscharfe Mengen . . . . . 60
3.2.1	Die Idee der unscharfen Menge . . . . . 62
3.2.2	Spezifizierung unscharfer Mengen . . . . . 65
3.2.3	Verknüpfungen allgemeiner unscharfer Mengen . . . . . 72
3.2.4	Verknüpfungen über Funktionen und von Zahlen . . . . . 74
3.2.5	Unscharfe Relationen . . . . . 79
<b>4</b>	<b>Erfassung und Verwendung der ungewissen Variabilität</b> . . . . . <b>82</b>
4.1	Zufall und Wahrscheinlichkeit . . . . . 82
4.1.1	Modellvorstellungen für den Zufall . . . . . 82
4.1.2	Wahrscheinlichkeit . . . . . 85
4.1.3	Zufallsgrößen und ihre Verteilungen . . . . . 89
4.1.4	Asymptotische Aussagen . . . . . 97
4.2	Probabilistische Inferenz . . . . . 99
4.2.1	Stichproben . . . . . 100
4.2.2	Parameterschätzung . . . . . 104
4.2.3	Testen von Hypothesen . . . . . 108
4.2.4	Probleme mit ungenauen Daten . . . . . 111
4.3	BAYESSche Methoden . . . . . 113
4.3.1	BAYESSche Inferenz . . . . . 114
4.3.2	Hierarchische Inferenz und Robustheit . . . . . 116
4.3.3	Numerische Probleme . . . . . 118
<b>5</b>	<b>Erfassung der Vagheit von Aussagen über Mengen</b> . . . . . <b>120</b>
5.1	Unscharfe Maße . . . . . 120
5.1.1	Die Idee des unscharfen Maßes . . . . . 120
5.1.2	Formen und Eigenschaften unscharfer Maße . . . . . 122
5.2	Einfache Inferenz mit unscharfen Maßen . . . . . 125
5.2.1	Spezifizierung von partieller Ignoranz . . . . . 125
5.2.2	Possibilistische Inferenz . . . . . 129
5.3	Wahrscheinlichkeit und Unschärfe . . . . . 131
5.3.1	Wahrscheinlichkeit unscharfer Ereignisse . . . . . 132
5.3.2	Zufällige unscharfe Mengen . . . . . 135
<b>6</b>	<b>Lösungsmethoden aus der qualitativen Datenanalyse</b> . . . . . <b>137</b>
6.1	Scharfe Klassifikation scharfer Daten . . . . . 137
6.1.1	Das Problem der Clusteranalyse . . . . . 137
6.1.2	Mathematische Fassung des Problems . . . . . 139

6.1.3	Einige Verfahren der scharfen Clusterung . . . . .	142
6.1.4	Cluster mit mathematisch-statistischem Hintergrund . . . . .	145
6.1.5	Grundideen der neuronalen Netze . . . . .	148
6.2	Unscharfe Klassifikation scharfer Daten . . . . .	156
6.2.1	Unscharfe Cluster . . . . .	156
6.2.2	Verfahren der unscharfen Clusteranalyse . . . . .	158
6.3	Unscharfe Klassifikation unscharfer Daten . . . . .	161
6.3.1	Unscharfe Ähnlichkeit unscharfer Daten . . . . .	161
6.3.2	Verwendung des Konzepts zur Klassifikation . . . . .	166
<b>7</b>	<b>Bewertung funktionaler Beziehungen</b>	<b>171</b>
7.1	Statistische Regressionsanalyse . . . . .	172
7.1.1	Modellannahmen bei zufälligen Zielgrößen . . . . .	172
7.1.2	Das Schätzproblem . . . . .	175
7.1.3	Diskussion der Modellannahmen . . . . .	177
7.1.4	Weitere Vorkenntnisse und Annahmen . . . . .	182
7.1.5	Zufallseinflüsse bei allen Variablen . . . . .	185
7.1.6	Lokale Regression im stochastischen Feld . . . . .	186
7.2	Unscharfe Bewertung funktionaler Beziehungen . . . . .	191
7.2.1	Scharfe Datenanalyse als Ausgangspunkt . . . . .	192
7.2.2	Explorative Bewertung funktionaler Beziehungen . . . . .	195
7.2.3	Bewertung mit Zusatzannahmen . . . . .	203
7.2.4	Inferenz mit unscharfen Parameterwerten . . . . .	204
<b>8</b>	<b>Ausblick und Schlußfolgerungen</b>	<b>208</b>
	<b>Literatur</b>	<b>212</b>
	<b>Sachwortregister</b>	<b>222</b>