

INHALTSVERZEICHNIS

Benutzungshinweise	XII
Ratschläge für die Rechenpraxis	XIII
Leitfaden der behandelten Randwertprobleme	XVII
Leitfaden der behandelten Anfangswertprobleme	XXIII

Teil 1: Die Differenzenmethode

Kapitel 1: Partielle Differentialgleichungen

1.1 Differenzen- und Differentialquotient	3
1.2 Partielle Ableitungen und ihre Diskretisierung	10
1.3 Die Kettenregel für mehrstellige Funktionen	16
1.4 Differentialgleichungen. (Anfangs)Randwertprobleme ...	20
1.5 Charakteristiken	27
1.6 Klassische Transportgleichungen	36
1.7 Ergänzungen zur Formel von TAYLOR	43
1.8 Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	45

Kapitel 2: Grundbegriffe und Methodik des Differenzenverfahrens

2.1 Zwei Einführungsbeispiele	47
2.2 Prinzip und Flexibilität des Differenzenverfahrens ...	56
2.3 Punktgitter	61
2.4 Randwertbedingungen. Zentrierte Gitter. Hilfspunkte. Symmetrie	67
2.5 Computergerechte Aufstellung der Differenzengleichungen	75
2.6 Anpassung (Matching)	82
2.7 Fehler, Konsistenz und Konvergenz	88
2.8 Einführung in den Stabilitätsbegriff. Anpassungs- instabilität	101
2.9 Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	108

Kapitel 3: Lineare parabolische und elliptische Gleichungen

3.1 Lineare Gleichungen und Systeme	113
3.2 Die Stabilität linearer Anfangsrandwertaufgaben	118
3.3 Die Wärmeleitungsgleichung in ein, zwei und drei Dimensionen	127
3.4 Die Gleichungen von LAPLACE, POISSON und HELMHOLTZ ..	134
3.5 Die verallgemeinerte Diffusionsgleichung	144
3.6 Die allgemeine nichthyperbolische Gleichung	154
3.7 Die Wahl der Maschenweiten und Zeitschritte	156
3.8 Differenzengleichungen für nichtkartesische Koordinaten	160
3.9 Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	165

Teil 2: Die Lösung großer algebraischer Gleichungssysteme

Kapitel 4: Lineare Gleichungssysteme

4.1 Einige Grundbegriffe	173
4.2 Das Eliminationsverfahren von GAUSS	176
4.3 Eingangs- und Rundungsfehler	186
4.4 Positiv definite Matrizen	192
4.5 Bandmatrizen	199
4.6 Bandmatrizen der Differenzenmethode. Standard- und Diagonalindizierung	210
4.7 Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	220

Kapitel 5: Iterative Methoden

5.1 Iteration mit und ohne Relaxation	222
5.2 Fehlergleichung und Konvergenz	228
5.3 Matrizen- und Fehlernormen	232
5.4 Elementare Eingabelung des rechengünstigsten ω -Wertes	237
5.5 Eingabelung des fast optimalen SOR- ω -Wertes für eine wichtige Klasse von Matrizen	241
5.6 Speicherplatzbedarf und Rechenaufwand bei GAUSS-Elimination, J, GS, JOR und SOR	248

5.7	Blockiteration	253
5.8	Iteration als Eigenwertproblem	260
5.9	Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	271

Kapitel 6: Nichtlineare Gleichungssysteme

6.1	Einleitung	278
6.2	Das Verfahren von NEWTON-RAPHSON	279
6.3	Blockiteration	283
6.4	Literatur	286

Teil 3: Fortführung der Differenzenmethode

Kapitel 7: Probleme höheren Schwierigkeitsgrades

7.1	Die Diskretisierung nichtlinearer, insbesondere quasilinearer Differentialgleichungen	289
7.2	Die Wellengleichung in ein, zwei und drei Dimensio- nen	297
7.3	Das Charakteristikenverfahren für lineare und nichtlineare hyperbolische Gleichungen zweiter Ord- nung	303
7.4	Differentialgleichungssysteme. Gleichungen vierter Ordnung	311
7.5	Gleichungen und Systeme erster Ordnung. Weiterfüh- rung der JOHN von NEUMANNschen Stabilitätsanalyse .	318
7.6	Hydrodynamische Probleme	328
7.7	Spezielle Randbedingungen	338
7.8	Instabilitätsunterdrückung durch Tiefpaßfilter	358
7.9	Abschließendes zur Stabilität von Differenzen- gleichungen	368
7.10	Bemerkungen, Erläuterungen und Literatur	375

Kapitel 8: Numerische Beispiele mit Unstetigkeiten und Nichtlinearitäten

8.1	Die Gleichung $Du_{xx} = u_t$ mit Sprungunstetigkeit	383
8.2	Die Gleichung $(ru_r)_r = ru_t$ mit Sprungunstetigkeit .	391
8.3	Nichtlineare Gleichungen	394

8.4	Ein nichtlineares System. Zeitschrittlänge und Rechenzeit	398
8.5	Das Wandern einer Front	400
8.6	Regressionsglättung eines physikalisch instabilen Problems	402
8.7	Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur zu 8.6	406

Teil 4: Die Methode der finiten Elemente

Benutzungshinweise	409
--------------------------	-----

Kapitel 9: Einführung, Mathematische Hilfsmittel

9.1	Was sind finite Elemente?	410
9.2	Gebiets- und Parameterintegrale	415
9.3	Linienintegrale	419
9.4	Einfache Variationsaufgaben	424
9.5	Allgemeinere Variationsaufgaben	429
9.6	Bemerkungen und Literatur	436

Kapitel 10: Lineare Gleichungen zweiter und vierter Ordnung

10.1	Der Arbeitsablauf	438
10.2	Die Überführung von Randwertproblemen in Variationsaufgaben	439
10.3	Die Auswahl der finiten Elemente	444
10.4	Die Aufstellung der Gleichungssysteme	458
10.5	Inhomogene und anisotrope Grundgebiete. Elemente mit gekrümmten Rändern	465
10.6	Die Ableitungen der Lösungsfunktion. Normalableitung am Rand. Gemischte Randbedingungen	472
10.7	Anfangsrandwertprobleme	476
10.9	Lineare Gleichungen vierter Ordnung	480
10.10	Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	485

Kapitel 11: Fortführung der Methode

11.1	Der GALERKIN-Prozeß	488
------	---------------------------	-----

11.2	Nichtlineare Randwertprobleme	493
11.3	Stationäre Gleichungssysteme	496
11.4	Die Gleichung $(A_2 u_x)_x + (A_3 u_y)_y + (A_4 u_z)_z = A_1 + \lambda u_t$ mit den Sonderfällen $u_z \equiv 0$ und $u_y \equiv u_z \equiv 0$.	497
11.5	Hyperbolische Gleichungen und Systeme	501
11.6	Die Genauigkeit der finiten Elementmethode	504
11.7	Lösung und Bestimmtheitscharakter der Gleichungssysteme bei symmetrischer Koeffizientenmatrix	509
11.8	Ein FORTRAN IV basic - TRIM 6 - Programm zur Lösung zweidimensionaler elliptischer und parabolischer Probleme	513
11.9	Ein FORTRAN IV basic - TET 4 - Programm zur Lösung dreidimensionaler elliptischer und parabolischer Probleme	533
11.10	Bemerkungen, Ergänzungen und Literatur	540

Anhang: Basisprogramme

Systemorientierte Iteration. Verschiedenes	547
Lösung von m Systemen tridiagonaler Gleichungen ...	548
Hilfsprogramme	551
Apologie des Autors	557
Namenregister	559
Sachregister	563