

Inhaltsverzeichnis

1.	Problemstellung	13
1.1.	Aufgaben der numerischen Mathematik. Numerische Prozesse	13
1.2.	Fehlerquellen	16
1.3.	Fehler von Quadraturformeln	18
2.	Approximationsfehler	21
2.1.	Das klassische Ritzsche Verfahren. Abschätzungen in der energetischen Norm	21
2.2.	Einige Verallgemeinerungen des Satzes von Jackson auf Funktionen mehrerer Veränderlicher	23
2.3.	Gewöhnliche Differentialgleichungen	25
2.4.	Gleichungen vom elliptischen Typ. Abschätzungen in der energetischen Norm	27
2.5.	Einige Fehlerabschätzungen für die Ableitungen. Literaturhinweise	28
2.6.	Einige Markowsche Ungleichungen	29
2.7.	Abschätzungen für die Approximation der höheren Ableitungen	32
2.8.	Abschätzungen für die Approximation der niedrigeren Ableitungen	36
2.9.	Bubnow-Galerkin-Verfahren	39
2.10.	Differenzenverfahren	41
2.11.	Kollokationsverfahren	43
3.	Verzerrungsfehler	46
3.1.	Verzerrungsfehler eines linearen freien numerischen Prozesses	46
3.2.	Stabilität eines freien Prozesses gegenüber Verzerrungen	47
3.3.	Stabilität des Ritzschen Verfahrens	50
3.4.	Beispiele	54
3.5.	Über die Stabilität des Bubnow-Galerkin-Verfahrens	60
3.6.	Verzerrungsfehler eines rekursiven numerischen Prozesses	64
3.7.	Stabilität eines rekursiven numerischen Prozesses	65
3.8.	Verzerrungsfehler und Stabilität der Methode des steilsten Abstiegs	67
3.9.	Stabilität des Kollokationsverfahrens	69
4.	Algorithmus- und Rundungsfehler	75
4.1.	Die Konditionszahl	75
4.2.	Algorithmusfehler im Iterationsprozeß	76
4.3.	Rundungsfehler beim rekursiven Prozeß	78
4.4.	Rundungsfehler der Methode des steilsten Abstiegs	80
4.5.	Rundungsfehler des Richardson-Verfahrens für lineare algebraische Systeme	83
5.	Fehler der Finite-Elemente-Methode	85
5.1.	Übersicht über einige Resultate: Approximationsfehler	85
5.2.	Übersicht über einige Resultate: Verzerrungsfehler und Konditionszahl der FEM	89
5.3.	FEM mit einer stückweise polynomialen Ausgangsfunktion. Die Konstante in der Abschätzung des Approximationsfehlers	91
5.4.	Verzerrungsfehler	94
5.5.	Simplektische Gitter. Approximationsabschätzung	97
5.6.	Ein Satz über die Stabilität	99

6.	Fehler bei der näherungsweise Lösung von Integralgleichungen	101
6.1.	Fehler des mechanischen Quadraturverfahrens für Fredholmsche Gleichungen	102
6.2.	Fredholmsche Gleichungen, die sich durch Iterationen lösen lassen	105
6.3.	Fehler bei der Bestimmung der Fredholmschen Resolvente	108
6.4.	Überführung in ein algebraisches System	112
6.5.	Singuläre Integralgleichungen. Die Fehlerquadratmethode	114
6.6.	Mechanische Quadratur- und Kollokationsverfahren für eindimensionale singuläre Gleichungen	117
7.	Nichtlineare numerische Prozesse	120
7.1.	Über den Approximationsfehler des Ritzschen Verfahrens	120
7.2.	Verzerrungsfehler und Stabilität eines freien numerischen Prozesses	123
7.3.	Über die Stabilität des Ritzschen und des FEM-Prozesses	125
7.4.	Verzerrungs- und Rundungsfehler eines rekursiven numerischen Prozesses	130
7.5.	Das Newton-Kantorowitsch-Verfahren	132
8.	Einige einseitige Variationsaufgaben	136
8.1.	Aufgabenstellung und ihre näherungsweise Lösung	136
8.2.	Approximationsfehler	140
8.3.	Fälle, für die sich die Abschätzung des Approximationsfehlers verbessern läßt	142
8.4.	Abschätzung des Approximationsfehlers für eine allgemeinere Aufgabe	148
8.5.	Über die Stabilität der exakten Lösung der einseitigen Variationsaufgabe	150
8.6.	Abschätzung des Verzerrungsfehlers	156
8.7.	Anhang zu Kapitel 8 (W. B. Tjuchtin)	159
9.	Der elastisch-plastische Zustand nach de-Saint-Venant/v. Mises und Haar/v. Kármán	166
9.1.	Die Gleichungen von de-Saint-Venant/Lévy und von v. Mises. Das Variationsprinzip von Haar/v. Kármán	166
9.2.	Torsion eines Stabes	170
9.3.	Das ebene Problem	178
9.4.	Das dreidimensionale Problem	182
Anhang.	Fehler bei der Lösung linearer algebraischer Systeme	185
1.	Vorbemerkungen	186
1.1.	Lineare algebraische Systeme	186
1.2.	Fehler der elementaren Operationen	186
2.	Das Gaußsche Verfahren	190
2.1.	Die Eliminationsmethode nach dem Hauptelement. Die Verzerrung der Matrix und der rechten Seite	190
2.2.	Die Matrix L	191
2.3.	Fehler der Matrix L	195
2.4.	Abschätzungen von $\ L\ $ und $\ l\ $	196
2.5.	Abschätzung des Verzerrungsfehlers	196
2.6.	Abschätzung des Rundungsfehlers	200
2.7.	Die Progonka-Methode	201
3.	Andere exakte Verfahren	204
3.1.	Die Methode der Spiegelungsmatrizen	204
3.2.	Die Methode der Quadratwurzeln	207
3.3.	Die Methode des Ränderns	209
3.4.	Das Verfahren der konjugierten Richtungen	213
4.	Iterationsverfahren	216
4.1.	Die Methode der sukzessiven Approximation	216
4.2.	Transformation des Gleichungssystems	218
4.3.	Die Methoden des steilsten Abstiegs und der minimalen Defekte	222

5.	Eigenwerte einer Matrix	223
5.1.	Das Verfahren von Krylow	223
5.2.	Fehler bei der Nullstellenberechnung eines Polynoms	225
5.3.	Die unmittelbare Berechnung der Koeffizienten des charakteristischen Polynoms	227
	Literaturverzeichnis	229
	Symbolverzeichnis	240
	Namenverzeichnis	241
	Sachverzeichnis	243