Inhaltsverzeichnis

I. Grundlagen 1

1. Übersicht über die zu erörternden Verfahren und ihre Zusammenhänge 1

1.1. Aufgabenstellung 1

1.2. Charakterisierung der verschiedenen Optimierungsverfahren 2

1.3. Schematische Verknüpfung und zeitliche Einordnung der Verfahren 11

2. Allgemeine Skizzierung der Variationsrechnung 11

2.1. Erläuterung der Hauptbegriffe über den Zugang von Carathéodory 11

2.1.1. Der Zugang von Carathéodory 11

2.1.2. Eulersche und Hamilton-Jacobische Differentialgleichungen 15

2.1.3. Transversalität 18

2.1.4. Regularität 21

2.1.5. Berechnung der Extremalen aus Kurven gleichen Extremwerts und umgekehrt 22

2.1.6. Beispiel für die Behandlung einer Minimalaufgabe mit der Eulerschen und der Hamilton-Jacobischen Differentialgleichung 23

2.1.7. Die Erdman-Weierstraßschen Eckenbedingungen 28

2.2. Theorie der in y' linearen Integranden 29

2.2.1. Problemstellung 29

2.2.2. Feststellung des Charakters der Extremalen bei fehlender Abhängigkeit von y' 30

2.2.3. Die Mielesche Problemstellung 31

2.2.4. Maximale Steighöhe einer Höhenrakete als Beispiel zur Mieleschen Theorie 35

2.3. Variationsprobleme mit Differentialgleichungen als Nebenbedingungen 41

2.3.1. Verallgemeinerung der Grundbegriffe der Variationsrechnung 41

2.3.2. Besonderheiten der Differentialgleichungen als Nebenbedingungen 43

2.3.3. Lagrangesches, Mayersches und Bolzasches Problem 46

II. Indirekte Verfahren 49

1. Das Pontryaginsche Maximumprinzip 49

1.1. Das Grundtheorem 49

1.1.1. Aufgabenstellung 49

1.1.2. Notwendige Bedingungen für 1.1.1. 51

1.1.3. Ergänzende Erläuterungen 53

1.2. Die Sätze der Pontryaginschen Theorie 57

1.2.1. Grundlagen 57

1.2.2. Zusammenstellung der Hauptsätze der Pontryaginsche Theorie 60

1.2.3. Behandlung der maximalen Steighöhe einer Höhenrakete mit der Pontryaginschen Theorie 65

1.3. Lineare schnelligkeitsoptimale Systeme 70

1.3.1. Besonderheiten der linearen Systeme 70

1.3.2. Zwei charakteristische Beispiele 73

1.3.3. Allgemeine Zusammenhänge 77

1.4. Das Syntheseproblem 78

1.4.1. Erläuterungen zur Problemstellung 78

1.4.2. Allgemeine Aussagen zum Syntheseproblem 82

2. Anpassung der Variationsrechnung an die neueren Aufgabenstellungen 85

2.1. Das Mayersche und das Lagrangesche Problem mit der Pontryaginschen Unterscheidung zwischen Lagekoordinaten und Steuerfunktionen 85

2.1.1. Umformulierung des Mayerschen und des Lagrangeschen Problems 85

2.1.2. Vergleich der sich ergebenden Bedingungsgleichungen mit dem Pontryaginschen Maximumprinzip 86

2.1.3. Das Prinzip der Vereinfachung der Aufgabenstellung durch Erweiterung der Nebenbedingungen 89

2.1.4. Beispiel: Optimaler Flug im Vakuum 91

2.2. Einfache Herleitung für die durch Nebenbedingungen induzierten Forderungen für das Vorliegen eines Optimums 96

2.2.1. Die Lagrangesche Herleitung der Eulerschen Gleichung 96

2.2.2. Anwendung der Lagrangeschen Herleitung auf allgemeinere Aufgabenstellungen durch formale Erweiterung 98

2.2.3. Einfache Beschränkungen für die Steuerfunktionen 101

2.3. Allgemeine Behandlung von Ungleichungen als Nebenbedingungen 103

2.3.1. Formulierung der Einschränkung durch Ungleichungen 103

2.3.2. Die Optimierungsbedingungen bei Vorliegen von Ungleichungen als Nebenbedingungen 106

2.3.3. Eine identische Lösung der Eulerschen Gleichungen für das eingeschränkte Teilstück 111

2.3.4. Ein Beispiel für Optimierungsaufgaben mit Ungleichungen als Nebenbedingungen 112

2.4. Sprünge in den Lagekoordinaten 117

2.4.1. Problemstellung 117

2.4.2. Bedingungen für Sprünge in den Lagekoordinaten 118

3. Numerische Lösung des Randwertproblems für Systeme gewöhnlicher, nichtlinearer Differentialgleichungen 120

3.1. Grundlagen 120

3.1.1. Problemstellung 120

3.1.2. Ausgangsgleichungen 122

3.2. Iterative Erfüllung der Randbedingungen bei Erfüllung der Differentialgleichungen 124

3.2.1. Systematische Variation der Anfangswerte 124

3.2.2. Beispiel: Optimaler Flug im Vakuum 126

3.2.3. Exakte Berechnung der partiellen Ableitungen nach den freien Anfangswerten 134

3.2.4. Weitere Methoden 137

3.3. Iterative Erfüllung der Differentialgleichungen 140

3.3.1. Darstellung des Grundprinzips 140

3.3.2. Ähnlichkeiten des Verfahrens mit dem Newtonschen Verfahren zur Bestimmung der Wurzeln einer Funktion $f(\vec{z}) = 0$ 144

3.3.3. Ergänzende Bemerkungen 146

III. Direkte Verfahren 148

1. Gradientenverfahren 1. Ordnung 150

1.1. Das Gradientenverfahren für gewöhnliche Extremalaufgaben 150

1.1.1. Grundgleichungen 150

1.1.2. Stufenoptimierung als Beispiel zum Gradientenverfahren 155

1.1.3. Gewöhnliche Extremalaufgaben mit Nebenbedingungen 161

1.1.4. Grenzen des Gradientenverfahrens 163

1.2. Das Gradientenverfahren für einfache Variationsprobleme 164

1.3. Das Gradientenverfahren für Optimierungsprobleme mit Differentialgleichungen als Nebenbedingungen 166

1.3.1. Die Schlüsselgleichung für Optimierungsprobleme mit Differentialgleichungen als Nebenbedingungen 166

1.3.2. Diskussion verschiedener einfacher Aufgabenstellungen 171

1.3.3. Einschränkungen für Steuerfunktionen und Lagekoordinaten 176

1.3.4. Behandlung der maximalen Steighöhe einer Höhenrakete mit dem Gradientenverfahren 179

1.3.5. Erörterung der allgemeinen Aufgabenstellung .. 186

1.3.6. Approximationsgrad der Originaltrajektorien .. 194

2. Verallgemeinerungen des Gradientenverfahrens 1. Ordnung und verwandte Verfahren 196

2.1. Das Gradientenverfahren 2. Ordnung 196

2.1.1. Definition des Gradientenverfahrens 2. Ordnung 196

2.1.2. Herleitung der Formeln 197

2.2. Verfahren teilweiser Entwicklung bis zur 2. Ordnung 206

2.2.1. Grundformeln der Teilentwicklung 206

2.2.2. Lösung der allgemeinen Aufgabenstellung gemäß der Teilentwicklung 208

2.2.3. Das einfache Extr.-H-Verfahren 211

2.2.4. Verallgemeinerungen des einfachen Extr.-H-Verfahrens 217

2.3. Zusammenhänge zwischen der numerischen Lösung der Bedingungsgleichungen und dem Gradientenverfahren 219

2.3.1. Systematische Querverbindungen 219

2.3.2. Vergleich der Güte der verschiedenen beschriebenen Verfahren 221

3. Das Bellmansche Verfahren des "dynamischen Programmierens" 224

3.1. Das Bellmansche Verfahren für gewöhnliche Extremalaufgaben 224

3.1.1. Vorbemerkungen 224

3.1.2. Das Bellmansche Verfahren in seiner einfachsten Form 227

3.1.3. Lösung eines elementaren Beispiels 230

3.1.4. Allgemeine Vorteile des Bellmanschen Verfahrens und Vergleich mit dem systematischen Absuchen eines Punktgitters 234

3.2. Das Bellmansche Verfahren für einfache Variationsprobleme 236

3.2.1. Das Bellmansche Vorgehen 236

3.2.2. Die Hamilton-Jacobische partielle Differentialgleichung als Grenzwert des Bellmanschen Verfahrens 240

3.3. Das Bellmansche Verfahren für Optimierungsprobleme mit Differentialgleichungen als Nebenbedingungen 242

3.3.1. Behandlung der Pontryaginschen Aufgabenstellung 242

3.3.2. Grundsätzliche Erörterung eines Beispiels 243

3.3.3. Analytische Betrachtung des Beispiels entsprechend einem Grenzübergang beim Bellmanschen Verfahren und nach dem Pontryaginschen Maximumprinzip 249

3.3.4. Schlußfolgerungen 252

3.3.5. Variationsmöglichkeiten beim Bellmanschen Verfahren 254

3.4. Numerische Aspekte des Bellmanschen Verfahrens 255

3.4.1. Abschätzung des Rechenaufwandes 255

3.4.2. Polynom-Approximation zur Abschwächung des Dimensionsproblems 256

3.4.3. Behandlung der maximalen Steighöhe einer Höhenrakete mit dem Bellmanschen Verfahren 261

3.5. Lineare Prozesse mit quadratischen Leistungskriterien 272

3.5.1. Grundlagen 272

3.5.2. Ein praktisches Beispiel 273

3.5.3. Analytische Lösung mit dem Bellmanschen Verfahren 274

Literaturverzeichnis 279

1. Bücher 279

2. Aufsätze 281

3. Übersichten 284

4. Anmerkungen zur Literatur 284

Sachverzeichnis 287