

INHALTSVERZEICHNIS

I. Grundlegende Begriffe der linearen Algebra	11
§ 1. Matrizen	11
§ 2. Spezielle Matrizen	37
§ 3. Die Axiome eines linearen Raumes	46
§ 4. Basis und Koordinaten	50
§ 5. Unterräume	55
§ 6. Lineare Operatoren	63
§ 7. Jordansche Normalform	79
§ 8. Die Struktur invarianter Unterräume	93
§ 9. Orthogonalität von Vektoren und Unterräumen	94
§ 10. Lineare Operatoren im unitären und im euklidischen Raum	102
§ 11. Selbstadjungierte Operatoren	108
§ 12. Quadratische Formen	121
§ 13. Der Begriff des Grenzwertes in der linearen Algebra	128
§ 14. Der Gradient eines Funktionals	145
II. Exakte Verfahren zur Lösung eines Systems linearer Gleichungen	148
§ 15. Kondition von Matrizen	149
§ 16. Das Gaußsche Verfahren	159
§ 17. Berechnung von Determinanten	170
§ 18. Verketteter Algorithmus zur Lösung eines inhomogenen linearen Gleichungssystems	173
§ 19. Zusammenhang des Gaußschen Verfahrens mit der Zerlegung einer Matrix in Faktoren	175
§ 20. Die Methode der Quadratwurzeln	181
§ 21. Invertierung von Matrizen	184
§ 22. Die Eliminationsaufgabe	188
§ 23. Verbesserung der Elemente einer inversen Matrix	198
§ 24. Invertierung von Matrizen durch Zerlegung in Blöcke	201
§ 25. Die Methode des Ränderns	203
§ 26. Die Escalatormethode	208
§ 27. Die Methode von PURCELL (Vektormethode)	212
§ 28. Ergänzungsverfahren zur Invertierung von Matrizen	215
III. Iterationsmethoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme	221
§ 29. Prinzipien zur Konstruktion von Iterationsverfahren	221
§ 30. Das Verfahren der sukzessiven Approximation	224
§ 31. Umformung eines Gleichungssystems auf ein anderes, das für die Anwendung des Verfahrens der sukzessiven Approximation geeignet ist. Das Gesamtschrittverfahren	231
§ 32. Einzelschrittverfahren	237
§ 33. Die Methode von NEKRASSOW	243
§ 34. Vollständige Relaxation	249

§ 35. Unvollständige Relaxation	251
§ 36. Untersuchung der Iterationsmethoden für dreidiagonale Systeme mit Blockmatrizen.	256
§ 37. Konvergenzsätze	263
§ 38. Regulierte Relaxation	267
§ 39. Relaxation nach der Länge des Defektvektors	272
§ 40. Gruppenrelaxation	274
IV. Das vollständige Eigenwertproblem	277
§ 41. Stabilität des Eigenwertproblems	279
§ 42. Das Verfahren von A. N. KEYLOW	283
§ 43. Bestimmung der Eigenvektoren nach der Krylowischen Methode	292
§ 44. Das Verfahren von HESSENBERG	294
§ 45. Das Verfahren von SAMUELSON	302
§ 46. Das Verfahren von A. M. DANILEWSKI	305
§ 47. Das Verfahren von LEVERBIER und die Modifikation von D. K. FADDEJEV	317
§ 48. Die Escalatormethode	322
§ 49. Die Interpolationsmethode	331
§ 50. Orthogonalisierung der aufeinanderfolgenden Iterierten	337
§ 51. Transformation einer symmetrischen Matrix auf eine Matrix mit drei Diagonalen durch Rotationen	340
§ 52. Verbesserung näherungsweise Lösungen des vollständigen Eigenwertproblems	351
V. Das teilweise Eigenwertproblem	356
§ 53. Bestimmung des betragsgrößten Eigenwertes einer Matrix durch sukzessive Iteration	357
§ 54. Konvergenzverbesserung der Potenzmethode	375
§ 55. Modifikation der Potenzmethode	381
§ 56. Anwendung der Potenzmethode zur Ermittlung mehrfacher Eigenwerte	389
§ 57. Treppeniteration.	392
§ 58. Das Verfahren der λ -Differenzen	402
§ 59. Das Abspaltungsverfahren	405
§ 60. Das Reduktionsverfahren	409
§ 61. Koordinatenrelaxation	412
§ 62. Verbesserung der Näherung eines einzelnen Eigenwertes und des zugehörigen Eigenvektors	420
VI. Die Methode der Minimaliteration und andere (Orthogonalisierungs-) Methoden	429
§ 63. Die Methode der Minimaliteration	429
§ 64. Biorthogonalisierungsalgorithmus	442
§ 65. Die Methode der A -Minimaliteration	455
§ 66. A -Biorthogonalisierungsalgorithmus	462
§ 67. Zweigliedrige Formeln der Minimaliteration und des Biorthogonalisierungsalgorithmus	464
§ 68. Verfahren konjugierter Richtungen und deren gemeinsame Eigenschaften	472
§ 69. Gewisse Methoden konjugierter Richtungen	477
VII. (Iterative) Gradientenmethoden	495
§ 70. Die Methode des stärksten Abstiegs zur Lösung linearer Gleichungssysteme	496
§ 71. Gradientenmethode mit minimalem Defekt	506
§ 72. Gradientenmethoden mit unvollständiger Relaxation	507

§ 73. Die s -schrittigen Gradientenmethoden des stärksten Abstiegs	514
§ 74. Bestimmung des größten Eigenwertes und des zugehörigen Eigenvektors einer symmetrischen Matrix durch Gradientenmethoden	522
§ 75. Lösung des teilweisen Eigenwertproblems mit Hilfe der Polynome von LANCZOS	537
§ 76. Das s -schrittige Verfahren des stärksten Anstiegs	541
VIII. Iterationsmethoden zur Lösung des vollständigen Eigenwertproblems	551
§ 77. Der Quotienten-Differenzalgorithmus (QD -Algorithmus)	551
§ 78. Die Dreiecksiteration	567
§ 79. Der LR -Algorithmus	573
§ 80. Der AP -Algorithmus	579
§ 81. Jacobische Verfahren	581
§ 82. Dreiecks-Orthogonalmatrizenverfahren	595
§ 83. Lösung des vollständigen Eigenwertproblems für beliebige komplexe Matrizen	606
§ 84. Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix AA'	612
§ 85. Polare Zerlegung einer Matrix	614
§ 86. Lösung des vollständigen Eigenwertproblems durch Spektralanalyse der aufeinanderfolgenden Iterierten	621
IX. Universelle Algorithmen	627
§ 87. Das Prinzip der Komponentendämpfung	627
§ 88. Das Ljusternische Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung bei der sukzessiven Approximation der Lösung eines linearen Gleichungssystems	631
§ 89. Komponentendämpfung durch Polynome niedrigsten Grades	632
§ 90. Verschiedene Durchführungsmöglichkeiten für universelle Algorithmen	636
§ 91. Ein im Sinne der ersten Forderung optimaler universeller Algorithmus	641
§ 92. Ein im Sinne der zweiten Forderung optimaler universeller Algorithmus	645
§ 93. Das Abramowsche Verfahren zur Konvergenzbeschleunigung bei der sukzessiven Approximation der Lösung eines linearen Gleichungssystems	647
§ 94. BT -Prozesse	649
§ 95. Allgemeine dreigliedrige Iterationsprozesse	652
§ 96. Universeller Algorithmus von LANCZOS	658
§ 97. Im Mittel optimale universelle Algorithmen	661
§ 98. Das Verfahren der Komponentendämpfung im Komplexen	664
§ 99. Verwendung der konformen Abbildung zur Lösung linearer Systeme	667
§ 100. Beispiele von S -universellen Algorithmen	675
§ 101. Das Verfahren der konformen Abbildung für ein nicht umgeformtes Gleichungssystem	679
§ 102. Das Prinzip der Komponentendämpfung zur Lösung des teilweisen Eigenwertproblems	686
§ 103. Benutzung der konformen Abbildung zur Lösung des teilweisen Eigenwertproblems	687
Schlußbemerkungen	690
Literaturverzeichnis	693
Anhang. Die Methode der sukzessiven Gauß-Jordan-Elimination, das Austauschverfahren, zur Invertierung, Rangbestimmung, Gleichungsauflösung und Determinantenberechnung	765
Namen- und Sachverzeichnis	776