

TABLE DES MATIÈRES

Avant-Propos	9
1. Espaces de Sobolev	11
1.1. Rappels sur les distributions	11
1.2. L'espace de Sobolev $H^1(\Omega)$	14
1.3. Un théorème de trace	19
1.4. Applications du théorème de trace	25
1.5. Un résultat de compacité	28
1.6. Les espaces de Sobolev $H^m(\Omega)$	31
2. Problèmes aux limites elliptiques	34
2.1. Formulation variationnelle des problèmes aux limites elliptiques	34
2.2. Problèmes variationnels abstraits	36
2.3. Problèmes aux limites elliptiques d'ordre 2	40
2.4. Système de l'élasticité	49
2.5. Système de Stokes	54
3. Approximation variationnelle de problèmes aux limites elliptiques. Premiers exemples ...	58
3.1. Théorie abstraite de l'approximation variationnelle	58
3.2. Application aux problèmes aux limites en dimension $n=1$	64
3.3. Applications à un problème aux limites en dimension $n=2$	72
4. Interpolation de Lagrange dans $\mathbb{R}^n$	79
4.1. Éléments finis de Lagrange	79
4.2. Éléments finis simpliciaux	82
4.3. Éléments finis parallélotopes	89
4.4. Résultats généraux d'approximation dans les espaces de Sobolev	96
5. Analyse de la méthode des éléments finis	104
5.1. Cas d'un ouvert Ω polyédrique	104
5.2. Cas d'un ouvert Ω non polyédrique	113
5.3. Méthode des éléments finis avec intégration numérique	123
6. Théorie spectrale des problèmes aux limites	133
6.1. Introduction aux problèmes spectraux	133
6.2. Théorie spectrale abstraite	135
6.3. Application aux problèmes aux limites elliptiques	140
6.4. Approximation variationnelle des problèmes spectraux	144
6.5. Application aux problèmes elliptiques du second ordre	151

7. Problèmes paraboliques	154
7.1. Equation de la chaleur	154
7.2. Problèmes paraboliques abstraits	155
7.3. Exemples de problèmes paraboliques	161
7.4. Méthode de semi-discrétisation	166
7.5. Discrétisation totale des problèmes paraboliques	169
7.6. Application aux problèmes paraboliques d'ordre 2 en x	179
8. Problèmes d'évolution d'ordre deux en temps	185
8.1. Équation des ondes	185
8.2. Problèmes d'ordre 2 en t généraux	186
8.3. Exemples de problèmes d'ordre 2 en t	191
8.4. Méthode de semi-discrétisation	195
8.5. Discrétisation totale des problèmes d'ordre 2 en t : 1 ^{ère} partie	197
8.6. Discrétisation totale des problèmes d'ordre 2 en t : 2 ^e partie	205
8.7 Application aux problèmes hyperboliques du second ordre	213
Références bibliographiques	217
Principales notations utilisées	218
Index	220