

Inhalt

1.	Elemente der Theorie der Punktfolgen	7
1.1.	Grundbegriffe der Theorie der Punktfolgen	7
1.1.1.	Definition des R^n ; Abstand im R^n	7
1.1.2.	Der Umgebungsbegriff im R^n	9
1.1.3.	Gebiete im R^n	12
1.2.	Konvergenz von Punktfolgen	17
2.	Funktionen mehrerer unabhängiger Variabler	21
2.1.	Begriff einer reellen Funktion von mehreren unabhängigen Variablen	21
2.2.	Grenzwerte von Funktionen mehrerer Variabler	25
2.3.	Grenzwertsätze	27
2.4.	Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variabler	29
2.5.	Sätze über stetige Funktionen	31
2.6.	Vektorfunktionen	33
2.6.1.	Begriff der Vektorfunktion	33
2.6.2.	Krummlinige Koordinaten im R^2	34
2.6.3.	Krummlinige Koordinaten im R^3	38
2.6.4.	Parameterdarstellung von Kurven und Flächen	41
3.	Partielle Ableitungen und totales Differential	45
3.1.	Partielle Ableitungen erster Ordnung	45
3.2.	Partielle Ableitungen höherer Ordnung	48
3.3.	Das totale Differential	52
3.3.1.	Das totale Differential und die Zerlegungsformel	52
3.3.2.	Eigenschaften des totalen Differentials	55
3.3.3.	Der Gradient einer reellen Funktion f	60
3.3.4.	Der Mittelwertsatz für Funktionen mehrerer Veränderlicher	62
3.4.	Differentiale höherer Ordnung	64
3.5.	Anwendungen des totalen Differentials in der Fehlerrechnung	67
3.6.	Differentiation zusammengesetzter Funktionen. Die verallgemeinerte Kettenregel	72
3.6.1.	Zusammengesetzte Funktionen mehrerer Veränderlicher	72
3.6.2.	Die verallgemeinerte Kettenregel	74
3.7.	Implizite Funktionen. Implizite Differentiation	81
3.7.1.	Implizit definierte Funktionen einer Variablen	81
3.7.2.	Implizite Differentiation implizit definierter Funktionen einer Variablen	84
3.7.3.	Implizite Funktionen von mehreren Variablen	87
3.7.4.	Die Differentiation implizit definierter Funktionen mehrerer Variabler	89
3.7.5.	Extremwerte impliziter Funktionen	91
3.8.	Die Funktionaldeterminante eines Funktionensystems	92
3.8.1.	Geometrische Eigenschaften, die mittels der Funktionaldeterminante ausgedrückt werden können	92
3.8.2.	Der Multiplikationssatz für Funktionaldeterminanten	96
3.8.3.	Die Transformation von Differentialausdrücken bei Transformation der unabhängigen Variablen	98
3.8.3.1.	Transformation auf ebene Polarkoordinaten	98

3.8.3.2. Transformation auf Zylinderkoordinaten	101
3.8.3.3. Transformation auf Kugelkoordinaten	102
3.8.4. Abhängigkeit differenzierbarer Funktionen	103
3.9. Skalare Felder und Vektorfelder	107
3.9.1. Allgemeine Betrachtungen zum Feldbegriff	107
3.9.2. Die Differentialoperatoren der Vektoranalysis	110
3.9.2.1. Richtungsableitung und Gradient	110
3.9.2.2. Divergenz	112
3.9.2.3. Rotation	115
3.9.2.4. Der Vektordifferentialoperator ∇ . Rechenregeln für die Operatoren grad; div; rot	117
3.9.2.5. Differentialoperatoren zweiter Ordnung	120
4. Der Satz von Taylor und Extremwertaufgaben.....	123
4.1. Die Taylor-Formel für Funktionen zweier Variabler	123
4.2. Extremwertaufgaben	129
4.2.1. Notwendige Bedingungen für Extremwerte	129
4.2.2. Hinreichende Bedingungen für das Vorliegen eines Extremwertes	131
4.2.3. Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	135
4.2.4. Hinreichende Bedingungen für das Vorliegen relativer Extremwerte für Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	140
4.2.5. Beispiele für Extremwertaufgaben	143
4.2.5.1. Standortproblem. Steiner-Weber-Problem	143
4.2.5.2. Kritische Punkte des elektrischen Feldes	146
4.2.5.3. Geometrische Beispiele	148
4.3. Die Methode der kleinsten Quadrate	149
Lösungen der Aufgaben	156
Literatur	162
Namen- und Sachregister	163