

# Theoretischer Teil

|  |     |
|--|-----|
| <b>EINLEITUNG</b> .....  | 13  |
| <b>1 SICHTWEISEN AUF DAS SACHRECHNEN</b> .....   | 23  |
| 1.1 EINDIMENSIONALE SICHTWEISE: STRUKTURELLE KLASSIFIKATION VON SACHRECHENAUFGABEN.....      | 25  |
| 1.1.1 Klassifikation von Sachrechenaufgaben mit Hilfe der Simplex-Komplex-Methode .....      | 26  |
| 1.1.2 Erweiterung der Klassifikation durch Niveaustufen .....                                | 29  |
| 1.1.3 Einordnung der Leistungen eindimensionaler Sichtweisen.....                            | 34  |
| 1.2 ZWEIDIMENSIONALE SICHTWEISEN: PROBLEMLÖSEN UND ANWENDEN .....                            | 38  |
| 1.2.1 Sachrechnen als Problemlösen .....   | 39  |
| 1.2.2 Sachrechnen als Anwendung von Mathematik: der Modellbildungsprozess .....              | 51  |
| 1.2.3 Einordnung der Leistungen zweidimensionaler Sichtweisen .....                          | 60  |
| <b>2 KOGNITIONSWISSENSCHAFTLICHE ANSÄTZE UND IHRE KONSEQUENZEN FÜR DAS SACHRECHNEN</b> ..... | 71  |
| 2.1 ASPEKTE RATIONALISTISCHER ANSÄTZE .....  | 73  |
| 2.1.1 Lernen als konstruktive Aufbauleistung des Individuums .....                           | 73  |
| 2.1.2 Schemata und Skripts als Formen komplexer Wissensrepräsentation .....                  | 75  |
| 2.1.3 Konsequenzen für das Sachrechnen.....  | 77  |
| 2.2 ASPEKTE ÖKOLOGISCHER ANSÄTZE .....   | 80  |
| 2.2.1 Problemlösen: generelles oder spezifisches Denken?.....                                | 80  |
| 2.2.2 Wissen als situierte Fähigkeit .....   | 82  |
| 2.2.3 Mentale Modelle als situierte Wissensrepräsentation .....                              | 85  |
| 2.2.4 Konsequenzen für das Sachrechnen.....  | 87  |
| 2.3 ASPEKTE SOZIOKULTURELLER ANSÄTZE .....   | 95  |
| 2.3.1 Wissen als sozial konstituierte Praktiken.....   | 95  |
| 2.3.2 Mathematik im Alltag versus Mathematik in der Schule .....                             | 100 |
| 2.3.3 Lernen im sozialen Kontext: das Lehrlingsprinzip .....                                 | 103 |
| 2.3.4 Konsequenzen für das Sachrechnen.....  | 105 |
| <b>3 ERSCHLIESSUNG MULTIPLIKATIVER SACHSITUATIONEN</b> .....                                 | 109 |
| 3.1 HEURISTISCHE STRATEGIEN .....  | 109 |
| 3.1.1 Heuristische Verfahren .....   | 111 |
| 3.1.2 Heuristische Prinzipien.....   | 116 |
| 3.2 MULTIPLIKATIVES VERSTÄNDNIS.....   | 122 |
| 3.2.1 Klassifikation multiplikativer Situationen .....                                       | 123 |
| 3.2.2 Lösungsstrategien für multiplikative Aufgaben .....                                    | 131 |

# Empirischer Teil

|   |     |
|---|-----|
| <b>4 LEITENDE FRAGESTELLUNGEN</b> .....   | 141 |
| <b>5 MULTIPLIKATIVE SACHSITUATIONEN ALS VERSUCHSUMGEBUNG</b> .....                          | 143 |
| 5.1 THEORETISCHE ANALYSE DER SACHSITUATIONEN .....  | 144 |
| 5.1.1 Analyse hinsichtlich der situativen Charakteristika .....                             | 144 |
| 5.1.2 Analyse hinsichtlich der zugrundeliegenden Situationsmodelle der Multiplikation ..... | 149 |
| 5.1.3 Analyse hinsichtlich der arithmetischen Strukturen der Einzelaufgaben .....           | 154 |
| 5.2 MÖGLICHE STRATEGIEN IN DER AUSEINANDERSETZUNG MIT DEN SACHSITUATIONEN .....             | 158 |
| 5.2.1 Arithmetische Strategien.....   | 158 |
| 5.2.2 Heuristische Strategien .....   | 161 |
| 5.2.3 Koordination und Kooperation .....  | 165 |
| <b>6 DATENERHEBUNG UND -AUSWERTUNG</b> .....  | 167 |
| 6.1 VORÜBERLEGUNGEN ZUR DATENERHEBUNG .....   | 167 |
| 6.1.1 Laborbeobachtung als Erhebungsmethode.....  | 167 |
| 6.1.2 Bearbeitung in Paarkonstellation .....  | 171 |
| 6.2 VERSUCHSDURCHFÜHRUNG .....  | 172 |
| 6.2.1 Versuchspersonen.....   | 172 |
| 6.2.2 Versuchsablauf .....  | 172 |
| 6.3 DOKUMENTATION UND AUSWERTUNG DER DATEN .....  | 174 |
| 6.3.1 Dokumentation der empirischen Beobachtungen.....                                      | 174 |
| 6.3.2 Auswertung der erhobenen Daten.....   | 175 |
| <b>7 ERGEBNISSE IM DETAIL</b> .....   | 181 |
| 7.1 DIE SACHSITUATION „EINKAUFEN FÜR EIN KLASSENFEST“ .....                                 | 181 |
| 7.1.1 Arithmetische Strategien .....  | 181 |
| 7.1.2 Heuristische Strategien .....   | 187 |
| 7.1.3 Interaktionsmuster .....  | 197 |
| 7.2 DIE SACHSITUATION „BEDARF FÜR EINE KINDERBOWLE BESTIMMEN“ .....                         | 203 |
| 7.2.1 Arithmetische Strategien.....   | 203 |
| 7.2.2 Heuristische Strategien .....   | 209 |
| 7.2.3 Interaktionsmuster .....  | 218 |
| 7.3 DIE SACHSITUATION „FLIESENPACKCHEN FÜR EIN PUPPENHAUS ERMITTELN“ .....                  | 224 |
| 7.3.1 Arithmetische Strategien.....   | 225 |
| 7.3.2 Heuristische Strategien .....   | 235 |
| 7.3.3 Interaktionsmuster .....  | 245 |

|   |            |
|---|------------|
| <b>8 VERGLEICHENDE DISKUSSION DER ERGEBNISSE.....</b>   | <b>253</b> |
| <b>8.1 VERGLEICHENDE DISKUSSION INDIVIDUELLER LÖSUNGSSTRATEGIEN UND HANDLUNGSMUSTER .....</b>   | <b>253</b> |
| 8.1.1 Arithmetische Strategien.....   | 253        |
| 8.1.2 Heuristische Strategien .....   | 258        |
| 8.1.3 Interaktionsmuster .....  | 263        |
| <b>8.2 DISKUSSION DER ERGEBNISSE IM SITUATIVEN KONTEXT.....</b>                                 | <b>269</b> |
| 8.2.1 Intrasituative Sicht: Situationswissen und Vertrautheit mit dem Sachkontext .....         | 269        |
| 8.2.2 Intersituative Sicht: Lösungsstrategien und Handlungsmuster im situativen Kontext - ..... | 274        |
| 8.2.3 Diskussion der Ergebnisse im kulturellen Umgebungskontext.....                            | 280        |
| <b>RESÜMEE UND AUSBLICK.....</b>  | <b>287</b> |
| <b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>  | <b>293</b> |
| <b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....</b>   | <b>309</b> |
| <b>TABELLENVERZEICHNIS.....</b>   | <b>311</b> |
| <b>ANHANG.....</b>  | <b>313</b> |