

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b> . . . . .	1
1.1 Haar-Wavelet und Approximation . . . . .	3
1.2 Beispiel einer Wavelet-Transformation . . . . .	5
1.3 Fourier <i>vs</i> Wavelet . . . . .	7
1.4 Fingerabdrücke und Bildkompression . . . . .	12
1.5 Unterdrückung von Rauschen (Denoising) . . . . .	13
1.6 Bemerkungen . . . . .	14

---

## Teil I Theorie

---

<b>2 Signalverarbeitung</b> . . . . .	17
2.1 Signale und Filter . . . . .	17
2.2 Die $z$ -Transformation . . . . .	20
2.3 Die Fourier-Transformation . . . . .	22
2.4 Linearer Phasengang und Symmetrie . . . . .	25
2.5 Vektorräume . . . . .	27
2.6 Zweidimensionale Signalverarbeitung . . . . .	29
2.7 Sampling . . . . .	30
<b>3 Filterbänke</b> . . . . .	33
3.1 Zeitdiskrete Basen . . . . .	33
3.2 Die zeitdiskrete Haar-Basis . . . . .	36
3.3 Die Subsampling-Operatoren . . . . .	39
3.4 Perfekte Rekonstruktion . . . . .	41
3.5 Konstruktion von Filterbänken . . . . .	45
3.6 Bemerkungen . . . . .	48
<b>4 Multi-Skalen-Analyse</b> . . . . .	49
4.1 Projektionen und Basen in $L^2(\mathbb{R})$ . . . . .	49
4.2 Skalierungsfunktionen und Approximation . . . . .	55

4.3	Wavelets und Detail-Räume .....	61
4.4	Orthogonale Systeme .....	66
4.5	Die diskrete Wavelet-Transformation .....	71
4.6	Biorthogonale Systeme .....	74
4.7	Approximation und verschwindende Momente .....	78
4.8	Bemerkungen .....	80
5	<b>Wavelets in höheren Dimensionen .....</b>	83
5.1	Die separable Wavelet-Transformation .....	83
5.2	Zweidimensionale Wavelets .....	89
5.3	Nichtseparable Wavelets .....	93
5.4	Bemerkungen .....	98
6	<b>Das Lifting-Schema .....</b>	99
6.1	Die Grundidee .....	99
6.2	Faktorisierungen .....	103
6.3	Lifting .....	106
6.4	Implementierungen .....	107
6.5	Bemerkungen .....	109
7	<b>Die kontinuierliche Wavelet-Transformation .....</b>	111
7.1	Einige grundlegende Fakten .....	111
7.2	Globale Regularität .....	113
7.3	Lokale Regularität .....	115
7.4	Bemerkungen .....	116

---

## Teil II Anwendungen

---

8	<b>Wavelet-Basen: Beispiele .....</b>	119
8.1	Regularität und verschwindende Momente .....	119
8.2	Orthogonale Basen .....	120
8.3	Biorthogonale Basen .....	129
8.4	Wavelets ohne kompakten Träger .....	134
8.5	Bemerkungen .....	139
9	<b>Adaptive Basen .....</b>	141
9.1	Zeit-Frequenz-Zerlegungen .....	141
9.2	Wavelet-Pakete .....	144
9.3	Entropie und Best-Basis-Auswahl .....	148
9.4	Lokale trigonometrische Basen .....	152
9.5	Bemerkungen .....	156

<b>10 Kompression und Unterdrückung von Rauschen</b>	157
10.1 Bildkompression	157
10.2 Denoising	162
10.3 Bemerkungen	168
<b>11 Schnelle numerische lineare Algebra</b>	171
11.1 Modellprobleme	171
11.2 Diskretisierung	172
11.3 Die Nichtstandardform	174
11.4 Die Standardform	175
11.5 Kompression	176
11.6 Multilevel-Iterationsmethoden	178
11.7 Bemerkungen	179
<b>12 Funktionalanalysis</b>	181
12.1 Differenzierbarkeit und Wavelet-Darstellung	181
12.2 Bemerkungen	184
<b>13 Ein Analysewerkzeug</b>	185
13.1 Zwei Beispiele	185
13.2 Ein numerischer „Sometime Shortcut“	190
13.3 Bemerkungen	190
<b>14 Feature-Extraktion</b>	191
14.1 Der Klassifikator	191
14.2 Lokale Diskriminantenbasen	192
14.3 Diskriminantenmaße	193
14.4 Der LDB-Algorithmus	195
14.5 Bemerkungen	195
<b>15 Implementierungsfragen</b>	197
15.1 Signale endlicher Länge	197
15.2 Prä- und Post-Filterung	200
15.3 Bemerkungen	202
<b>Literaturverzeichnis</b>	203
<b>Sachverzeichnis</b>	205