Inhaltsverzeichnis

1 Deskriptive und explorative Statistik 1

1.1 Motivation und Beispiele 1

1.2 Grundbegriffe 3

1.3 Merkmale und ihre Klassifikation 4

1.4 Studiendesigns 7

1.4.1 Experimente und Beobachtungsstudien 7

1.4.2 Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie 7

1.4.3 Zeitreihen 8

1.5 Aufbereitung von univariaten Daten 8

1.5.1 Nominale und ordinale Daten 9

1.5.2 Metrische Daten 13

1.6 Quantifizierung der Gestalt empirischer Verteilungen 21

1.6.1 Lagemaße 22

1.6.2 Streuung 29

1.6.3 Schiefe versus Symmetrie 34

1.6.4 Quantile und abgeleitete Kennzahlen 35

1.6.5 Fünf–Punkte–Zusammenfassung und Boxplot 37

1.6.6 QQ-Plot (Quantildiagramm) 39

1.7 Konzentrationsmessung* 40

1.7.1 Lorenzkurve 40

1.7.2 Gini–Koeffizient 42

1.7.3 Herfindahl-Index 44

1.8 Deskriptive Korrelations- und Regressionsanalyse ... 45
1.8.1 Korrelation ... 45
1.8.2 Grenzen der Korrelationsrechnung ... 55
1.8.3 Einfache lineare Regression ... 55
1.8.4 Grenzen der Regressionsrechnung ... 60
1.9 Deskriptive Zeitreihenanalyse* ... 60
1.9.1 Indexzahlen ... 61
1.9.2 Zerlegung von Zeitreihen ... 64
1.9.3 Bestimmung und Bereinigung der Trendkomponente ... 65
1.9.4 Bestimmung einer periodischen Komponente ... 66

2 Wahrscheinlichkeitsrechnung ... 69
2.1 Grundbegriffe ... 69
2.1.1 Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit ... 70
2.1.2 Chancen (Odds)* ... 75
2.1.3 Ereignis-Algebra* ... 77
2.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten ... 79
2.2.1 Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit ... 79
2.2.2 Satz von totalen Wahrscheinlichkeit ... 81
2.2.3 Satz von Bayes ... 82
2.3 Mehrstufige Wahrscheinlichkeitsmodelle ... 83
2.4 Unabhängige Ereignisse ... 85
2.5 Zufallsvariablen und ihre Verteilung ... 87
2.5.1 Die Verteilung einer Zufallsvariable ... 88
2.5.2 Die Verteilungsfunktion ... 89
2.5.3 Quantilfunktion und p-Quantile ... 90
2.5.4 Diskrete Zufallsvariablen ... 91
2.5.5 Stetige Zufallsvariablen ... 92
2.5.6 Unabhängigkeit von Zufallsvariablen und Zufallsstichproben ... 94
2.5.7 Verteilung der Summe: Die Faltung ... 96
2.6 Erwartungswert, Varianz und Momente ... 97
2.6.1 Erwartungswert ... 97

2.6.2 Varianz 99
2.6.3 Momente und Transformationen von Zufallsvariablen ..100
2.6.4 Entropie* 101
2.7 Diskrete Verteilungsmodelle 102
2.7.1 Bernoulli-Verteilung 102
2.7.2 Binomialverteilung 102
2.7.3 Geometrische Verteilung und negative Binomialverteilung 104
2.7.4 Poisson-Verteilung 105
2.8 Stetige Verteilungsmodelle 107
2.8.1 Stetige Gleichverteilung 107
2.8.2 Exponentialverteilung 107
2.8.3 Normalverteilung 108
2.9 Erzeugung von Zufallszahlen* 110
2.10 Zufallsvektoren und ihre Verteilung 110
2.10.1 Verteilungsfunktion und Produktverteilung 111
2.10.2 Diskrete Zufallsvektoren 112
2.10.3 Stetige Zufallsvektoren 113
2.10.4 Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit 115
2.10.5 Bedingte Erwartung 117
2.10.6 Erwartungswertvektor und Kovarianzmatrix 117
2.11 Grenzwertsätze und Konvergenzbegriffe 119
2.11.1 Das Gesetz der großen Zahlen 119
2.11.2 Der Hauptsatz der Statistik 121
2.11.3 Der zentrale Grenzwertsatz 122
2.11.4 Konvergenzbegriffe* 124
2.12 Verteilungsmodelle für Zufallsvektoren 125
2.12.1 Multinomialverteilung 125
2.12.2 Multivariate Normalverteilung 126
2.13 Erzeugende Funktionen, Laplace-Transformierte* 128
2.14 Markov-Ketten* 131
2.14.1 Modell und Chapman-Kolmogorov-Gleichung 131
2.14.2 Stationäre Verteilung und Ergodensatz 133

3 Schließende Statistik 135
3.1 Grundbegriffe 135
3.2 Schätzprinzipien und Gütekriterien 137
3.2.1 Nichtparametrische Schätzung 137
3.2.2 Dichteschätzung 138
3.2.3 Das Likelihood-Prinzip 139
3.2.4 Gütekriterien für statistische Schätzer 146
3.3 Testverteilungen 151
3.3.1 t-Verteilung 151
3.3.2 χ^2-Verteilung 151
3.3.3 F-Verteilung 152
3.4 Konfidenzintervalle 153
3.4.1 Konfidenzintervall für μ 153
3.4.2 Konfidenzintervalle für σ^2 154
3.4.3 Konfidenzintervall für p 155
3.5 Einführung in die statistische Testtheorie 155
3.6 1-Stichproben-Tests 159
3.6.1 Motivation 159
3.6.2 Stichproben-Modell 159
3.6.3 Gauß- und t-Test 159
3.6.4 Vorzeichentest und Binomialtest 169
3.7 2-Stichproben-Tests 171
3.7.1 Verbundene Stichproben 172
3.7.2 Unverbundene Stichproben 173
3.7.3 Wilcoxon-Test 177
3.7.4 2-Stichproben Binomialtest 179
3.8 Korrelationstests 180
3.8.1 Test auf Korrelation 181
3.8.2 Rangkorrelationstest 181
3.9 Lineares Regressionsmodell 182
3.9.1 Modell 182
3.9.2 Statistische Eigenschaften der KQ-Schätzer 184

3.9.3 Konfidenzintervalle ... 185
3.10 Multiple lineare Regression (Lineares Modell)* ... 187
3.10.1 Modell ... 188
3.10.2 KQ-Schätzung ... 189
3.10.3 Verteilungseigenschaften ... 190
3.10.4 Anwendung: Funktionsapproximation ... 190
3.11 Analyse von Kontingenztafeln ... 191
3.11.1 Vergleich diskreter Verteilungen ... 192
3.11.2 Chiquadrat-Unabhängigkeitstest ... 193
3.12 Elemente der Bayes-Statistik* ... 193
3.12.1 Grundbegriffe ... 194
3.12.2 Minimax-Prinzip ... 195
3.12.3 Bayes-Prinzip ... 196

A Mathematik - kompakt ... 201
A.1 Notationen ... 201
A.1.1 Griechische Buchstaben (Auswahl) ... 201
A.1.2 Mengen und Zahlen ... 201
A.2 Punktfolgen und Konvergenz ... 201
A.2.1 Konvergenz von Folgen ... 202
A.2.2 Summen und Reihen ... 203
A.3 Funktionen ... 204
A.3.1 Spezielle Funktionen ... 205
A.3.2 Grenzwert von Funktionen ... 207
A.3.3 Stetigkeit ... 208
A.3.4 Potenzreihen* ... 208
A.4 Differenzialrechnung ... 209
A.4.1 Ableitung ... 209
A.4.2 Höhere Ableitungen ... 210
A.5 Taylorpolynom und Taylorentwicklung ... 211
A.6 Optimierung von Funktionen ... 211
A.7 Integration ... 213

A.7.1 Stammfunktion 213
A.7.2 Integrationsregeln 214
A.7.3 Uneigentliches Integral 214
A.8 Vektoren 214
A.8.1 Lineare Unabhängigkeit 216
A.8.2 Skalarprodukt und Norm 217
A.9 Matrizen 219
A.10 Lösung linearer Gleichungssysteme 222
A.10.1 Gauß-Verfahren 223
A.10.2 Determinanten 225
A.11 Funktionen mehrerer Veränderlicher 226
A.11.1 Partielle Differenzierbarkeit und Kettenregel 228
A.11.2 Lineare und quadratische Approximation, Hessematrix . 229
A.11.3 Optimierung von Funktionen 230
A.11.4 Optimierung unter Nebenbedingungen 232
A.12 Mehrdimensionale Integration 233

Literaturverzeichnis 235

Sachverzeichnis 237