

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1 Geometrische Problemsituationen	1
1.1. Spiegel	2
1.2. Reguläre Parkettierungen der Ebene	10
1.3. Das Reuleauxsche Dreieck	14
1.4. Taximetrie	19
1.5. Eine Flächenzerlegungsaufgabe	21
1.6. Afrikanische Stickmuster	25
1.7. Geometrische Perspektive	33
2 Anschauliche Grundlagen: Geometrische „Objekte“ und „Operationen“	46
2.1. Inhaltlich-anschauliches versus axiomatisches Vorgehen	47
2.2. Grundlegende geometrische Objekte und ihre Verkörperungen	53
2.3. Grundlegende Abbildungen einer Ebene auf sich	61
2.4. Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	64
2.5. Operative Eigenschaften von Spiegelungen, Verschiebungen und Drehungen	77
2.6. Charakterisierung symmetrischer Drei- und Vierecke	91
2.7. Längen- und Winkelmaß	98
2.8. Vergrößern und Verkleinern	102
2.9. Vorwärtsarbeiten und Rückwärtsarbeiten	110
2.10. Der operative Standpunkt	113
3 Euklidische Geometrie der Ebene	118
3.1. Das Problem von SYLVESTER	119
3.2. Gekrümmte Spiegel	122
3.3. Merkwürdige Punkte im Dreieck	132
3.4. Winkel am Kreis	138

3.5.	Der Satz des Pythagoras	147
3.6.	Der goldene Schnitt	153
3.7.	Der Peaucelliersche Inversor	171
4	Erde und Himmel	178
4.1.	Die Erdkugel	181
4.2.	Die Erde von außen betrachtet	182
4.3.	Erde und Fixsternhimmel (ohne Sonne)	185
4.4.	Erde und Sonne von der Erde aus betrachtet	188
4.5.	Erde und Sonne von der Sonne aus betrachtet	190
4.6.	Sterntag und Sonnentag	193
4.7.	Mond, Erde, Sonne	196
4.8.	Erdumfangbestimmung nach Eratosthenes	198
5	Symmetrie ebener Figuren	203
5.1.	Die Beschreibung des "Symmetriegehaltes" einer Figur durch Abbildungen	204
5.2.	Kongruenzabbildungen der Ebene	205
5.3.	Der Klassifikationssatz	209
5.4.	Die Gruppe der Kongruenzabbildungen der Ebene	213
5.5.	Streifenornamente	224
6	Ellipsenkonstruktionen	236
6.1.	Die Papierstreifenkonstruktion der Ellipse	239
6.2.	Die Spirographenkonstruktion der Ellipse	241
6.3.	Kinematische Äquivalenz der Papierstreifen- und der Spirographenkonstruktion	243
6.4.	Die umgekehrte Ellipsenbewegung	251
6.5.	Eine Bemerkung zur Terminologie	252

7	Die Platonischen Körper	258
7.1.	Konstruktion der Platonischen Körper	262
7.2.	Der Eulersche Polyedersatz	270
7.3.	Die Symmetrie der Platonischen Körper	274
7.4.	Abwandlungen regulärer Polyeder	281
7.5.	Abschließende Bemerkungen	282
8	Länge, Inhalt, Volumen	286
8.1.	Operative Eigenschaften der Maße	287
8.2.	Längenvergleich und Längenberechnung	290
8.2.1.	Die Streckenzug-Ungleichung	290
8.2.2.	Umfang konvexer Vielecke	292
8.2.3.	Die Bogenlänge	294
8.2.4.	Operatives Verhalten der Bogenlänge	295
8.2.5.	Der Kreisumfang	295
8.2.6.	Das Bogenmaß von Winkeln	304
8.3.	Flächeninhalt	304
8.3.1.	Inhaltsformeln	306
8.3.2.	Der Flächeninhalt krummlinig begrenzter Figuren	310
8.3.3.	Das isoperimetrische Problem	321
8.3.4.	Zerlegungsgleichheit	325
8.4.	Volumen	329
8.4.1.	Die Volumformel $G \cdot h$ für Prismen und Zylinder	329
8.4.2.	Die Nichtäquivalenz von Zerlegungsgleichheit und Volumgleichheit im Raum	334
8.4.3.	Die Volumformel $\frac{1}{3} G \cdot h$ für Pyramiden und Kegel	335
8.4.4.	Das Cavalierische Prinzip im Raum	338
8.4.5.	Das Volumen der Kugel	339
8.4.6.	Das Verhalten des Volumens bei zentrischen Streckungen	343
8.5.	Die Oberfläche des geraden Kreiszyllinders, des geraden Kreiskegels und der Kugel	344
8.6.	Groß und Klein in der Natur	347

9	Ebene Trigonometrie	355
9.1.	Die Trigonometrie als Algebraisierung der Kongruenzsätze	356
9.2.	Die Winkelfunktionen als "Wickelfunktionen"	357
9.3.	Numerische Berechnung der Sinus- und Kosinusfunktion	361
9.4.	Polarkoordinaten	363
9.5.	Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks und Anwendungen auf die Himmelsgeometrie	364
9.6.	Der Sinussatz	369
9.7.	Der Kosinussatz	372
9.8.	Die trigonometrischen Grundaufgaben	375
9.9.	Trigonometrische Formeln	378
9.10.	Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden	382
10	Elementare analytische Geometrie	387
10.1.	Koordinatensysteme	391
10.2.	Vektoren	394
10.3.	Geradengleichungen	399
10.4.	Teilverhältnis und Anwendungen	407
10.5.	Längenmaß	418
10.6.	Winkelmaß	426
10.7.	Der Flächeninhalt von Polygonen	435
10.8.	Analytische Darstellung von Kongruenzabbildungen	442
10.9.	Abriß der elementaren analytischen Geometrie des Raumes	450
10.10.	Flächenwinkel bei den Platonischen Körpern	454
	Sachwortverzeichnis	463