

Inhalt

1	Zins und Zinseszins	9
1.1	Grundlagen der Finanzmathematik	9
1.1.1	Arithmetische und geometrische Folgen und Reihen	9
1.1.2	Einfache Zinsrechnung	13
1.1.3	Zinseszinsrechnung	16
1.2	Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik	18
1.2.1	Darstellung des Äquivalenzprinzips	18
1.2.2	Beispiele zum Äquivalenzprinzip	19
1.3	Weitere Aufgaben zu Zins und Zinseszins	22
1.3.1	Gemischte Verzinsung	22
1.3.2	Unterjährliche Verzinsung	23
1.3.3	Stetige Verzinsung	24
1.3.4	Vorschüssige und nachschüssige Zinsen	26
2	Renten und Tilgungen	29
2.1	Konstante regelmäßige Zahlungen	29
2.1.1	Rentenrechnung	29
2.1.2	Tilgungsrechnung	30
2.1.3	Konstante Zahlungen	30
2.1.4	Ewige Rente und zeitlich begrenzte Rente	33
2.2	Fortschreitende Rentenzahlungen	34
2.2.1	Arithmetische Zuwächse	34
2.2.2	Geometrische Zuwächse	35
2.2.3	Allgemeines Modell	36
2.3	Unterjährliche Rentenzahlungen	36
2.4	Tilgungsrechnung	39
2.4.1	Ratentilgung	39
2.4.2	Annuitätentilgung	41
2.4.3	Unterjährliche Annuitätentilgung	45
2.4.4	Annuitätentilgung mit Auszahlungsgebühren	46
2.5	Mathematisches Modell des Bausparens	47
2.5.1	Beschreibung des Bausparens	47
2.5.2	Das statische Modell	49
2.5.3	Ein Modell mit unregelmäßigen Zahlungen	54
2.5.4	Nichtstatische Modelle des Bausparens	56
2.5.5	Effektivzinssatz in Bausparverträgen	61
3	Ergänzungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	65
3.1	Abhängige Zufallsgrößen und bedingte Wahrscheinlichkeiten	65

3.1.1	Stochastische Unabhängigkeit	65
3.1.2	Maßzahlen für die Abhängigkeit	69
3.1.3	Summen von Zufallsgrößen	69
3.2	Stochastische Prozesse	73
3.2.1	Einführung	73
3.2.2	Poissonsche Prozesse	75

4 **Mathematische Modelle von Personen- und Sachversicherungen** 79

4.1	Grundfragen der Versicherungsmathematik	79
4.2	Bevölkerungsstatistische und biometrische Grundlagen	81
4.2.1	Grundlegende Merkmale einer Population	81
4.2.2	Der Lebensbaum	83
4.2.3	Sterbetafeln	84
4.2.4	Rechnen mit Sterbewahrscheinlichkeiten	86
4.2.5	Zur Entstehung der Sterbetafeln	90
4.3	Überlebens- und Sterblichkeitsfunktionen	92
4.3.1	Das stetige Modell	92
4.3.2	Lebensdauerverteilungen	93
4.3.3	Sterblichkeitsintensität	94
4.3.4	Die Überlebensfunktion	97
4.3.5	Unterjährliche Sterbewahrscheinlichkeiten	98
4.4	Ausscheideordnungen	100
4.4.1	Einfache Ausscheideordnungen	100
4.4.2	Zusammengesetzte Ausscheideordnungen	100
4.5	Nettoprämien und Deckungskapital	103
4.5.1	Verlust und Überschuß	103
4.5.2	Das Deckungskapital	104
4.6	Risikothorie	105
4.6.1	Die Besonderheiten von Sachversicherungen	105
4.6.2	Die individuelle Risikothorie	105
4.6.3	Die kollektive Risikothorie	107

5 **Spezielle Modelle von Versicherungen** 109

X 5.1	Lebensversicherungen	109
5.1.1	Todesfallversicherung - auf Lebenszeit, gegen Sofortbetrag	109
5.1.2	Todesfallversicherung - Beitragszahlung auf Lebenszeit	111
5.1.3	Todesfallversicherung - befristet, gegen Sofortbetrag	114
5.1.4	Todesfallversicherung - auf Lebenszeit, Beitragszahlung befristet...	114
5.1.5	Todesfallversicherung - Beitragszahlung und Versicherungsleistung befristet	115
5.1.6	Erlebensfallversicherung - gegen Sofortbetrag	117
5.1.7	Erlebensfallversicherung - Beitragszahlung bis zum Todesfall, spätestens zum Versicherungsende	118
5.1.8	Gemischte Versicherung - gegen Sofortbetrag	119
5.1.9	Gemischte Versicherung - Beitragszahlung bis zum Todesfall, spätestens zum Versicherungsende	119

8 Inhalt

5.1.10	Gemischte Lebensversicherung - befristete Beitragszahlung	120
5.1.11	Versicherung mit Bonus	120
5.2	Rentenversicherungen (Leibrenten)	121
5.2.1	Leibrenten auf Lebenszeit	121
5.2.2	Befristete Leibrenten	123
5.2.3	Aufgeschobene Leibrenten auf Lebenszeit	125
5.2.4	Aufgeschobene befristete Leibrenten	125
5.3	Übergang zu Bruttowerten	126
5.3.1	Zusätzliche Kosten einer Versicherung	126
5.3.2	Bruttoprämie	127
5.4	Andere Formen von Ausscheideursachen in Personenversicherungen	128
Tabellen und Bilder		131
A.	Sterbetafel	131
	DAV-Sterbetafel 1994 T Männer	131
	DAV-Sterbetafel 1994 T Frauen	133
B.	Bilder zu den Kenngrößen der DAV-Sterbetafel 1994 T	136
C.	Verkürzte Sterbetafel 1994 T	146
D.	Basistafel 2000 und Trendfaktor zur DAV-Sterbetafel 1994 R	150
E.	Bilder der Verteilungsfunktion, Dichtefunktion und Sterblichkeits- intensität der Restlebensdauer von 0-, 20-, 40-, 60- und 80jährigen gemäß DAV-Sterbetafel 1994 T	157
Literatur		173
Sachwortverzeichnis		175