

VI

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Was ist Statistik?	1
1.1 Zufällige Veränderlichkeit	1
1.1.1 Ein Beispiel	1
1.1.2 Statistische Erhebungen und Experimente	2
1.2 Stichproben und Grundgesamtheit	3
1.2.1 Worauf bezieht sich die Stichprobe?	3
1.2.2 Unterteilung der Grundgesamtheit	4
1.2.3 Zufallsmäßige Auswahl	5
1.3 Versuchsplanung	6
1.3.1 Anlage von Experimenten	6
1.3.2 Gedanke der Blockbildung	8
2 Darstellung der in einer Stichprobe enthaltenen Information	9
2.1 Graphische Darstellung	9
2.1.1 Wahl des Verfahrens	9
2.1.2 Histogramme	9
2.1.3 Häufigkeitskurve	13
2.1.4 Aufteilungen der Grundgesamtheit	15
2.2 Durchschnitts- und Medianwert	16
2.2.1 Stichprobenmittel	16
2.2.2 Medianwert	17
2.3 Diskrete Zufallsvariable	20
2.3.1 Definition	20
2.3.2 Ränge	22
2.4 Mehrfachbeobachtungen und ihre Darstellung	23
2.4.1 Multiple Meßwerte	23
2.4.2 Kreis- und Säulendiagramme	23
2.4.3 Punktdiagramme	26
2.5 Schluß auf die Grundgesamtheit	29
2.5.1 Schätzung	29
2.5.2 Methode der Intervallschätzung	30
2.5.3 Intervallschätzung des Medianwertes einer Grundgesamtheit	31
3 Vergleich mehrerer Stichproben	33
3.1 Schluß von den Stichproben auf Unterschiede zwischen den Grundgesamtheiten	33
3.1.1 Problem	33
3.1.2 Graphische Darstellung	33

3.2	Unterschiede zwischen Medianwerten	34
3.2.1	Intervallschätzung für die Differenz zweier Medianwerte . .	34
3.2.2*	Verteilung von U	36
3.2.3	Signifikanztest für eine Medianwertsdifferenz	39
3.2.4	Verfahren von Mann und Whitney	41
3.2.5	Rangaufteilung (Bindungen)	42
3.2.6	U -Test bei großen Stichproben	43
3.3	Mehr als zwei Stichproben	43
3.3.1	Test von Kruskal und Wallis	43
3.3.2	Verwendung beobachteter Ränge	45
3.4	Korrelierende Stichproben	46
3.4.1	Fall zweier Faktoren	46
3.4.2	Zwei Stichproben: der Test von Wilcoxon	46
3.4.3*	Verteilung von T	47
3.4.4	Zwei Stichproben: der Vorzeichentest	49
3.4.5	Mehr als zwei Stichproben: der Test von Friedman	51
3.5	Allgemeiner Vergleich zweier Stichproben	53
3.5.1	Test von Kolmogoroff und Smirnow für zwei Stichproben . .	53
3.5.2	Ogive	55
3.5.3	Verteilungsfunktion	55
3.6	Ein- und zweiseitige Tests	56
3.6.1	Fragestellung	56
3.6.2	Einseitige Tests benötigen zur Signifikanz kleinere Unter- schiede	57
4	Kontingenz	59
4.1	Begriff der Kontingenz	59
4.1.1	Problemstellung	59
4.2	Kontingenztafeln	59
4.2.1	Ein Verfahren für eine 2×2 -Felder-Tafel	59
4.2.2	Allgemeine 2×2 -Tafel	62
4.2.3	Der Signifikanztest ist symmetrisch in bezug auf Zeilen und Spalten	64
4.2.4	Allgemeine $p \times q$ -Tafel	66
4.2.5	Bedingungen für die Gültigkeit des Tests	68
4.3	Korrelation	69
4.3.1	Maße für den Zusammenhang von Merkmalsgrößen	69
4.3.2	Rangkorrelationskoeffizient τ von Kendall	69
4.3.3	Interpretation von τ	71
4.3.4*	Verteilung von S	76
4.4	Deutung eines Zusammenhanges	77
4.4.1	Frage nach Ursache und Wirkung	77
4.4.2	Rauchen und Lungenkrebs	78

VIII *Inhaltsverzeichnis*

5	Entscheidungstheorie	80
5.1	Entscheidung zwischen Aktionen	80
5.1.1	Problem	80
5.2	Entscheidungskriterien	81
5.2.1	Nutzenindex	81
5.2.2	Eine mögliche Beziehung zwischen Nutzen und monetärem Wert	83
5.2.3	Wetten bei Pferderennen und Versicherungen	85
5.2.4	Lösung von Savage	85
5.3	Bekannte Nutzenindizes	87
5.3.1	Wahl zwischen einzelnen Aktionen	87
5.3.2	Minimax-Prinzip	88
5.3.3	Bayes-Aktionen	89
5.4	Berücksichtigung von Beobachtungsergebnissen	91
5.4.1	Strategie	91
5.4.2	Wert eines Experimentes	94
5.5	Weitere Entwicklungen	95
5.5.1	Entscheidungstheorie und statistische Tests	95
6	Normalverteilung	96
6.1	Warum ist die Normalverteilung wichtig?	96
6.1.1	Normalverteilung als Grenzverteilung	96
6.2	Weitere Eigenschaften der Normalverteilung	97
6.2.1	Kenngößen und Tabellen	97
6.2.2*	Häufigkeits- und Verteilungsfunktion	98
6.3	Punktschätzung der Kenngößen der Normalverteilung	100
6.3.1	Mittelwert und Varianz	100
6.3.2	Die Bedeutung des Begriffes „Quadratsumme“	102
6.4	Intervallschätzung der Kenngößen der Normalverteilung	103
6.4.1	Mittelwert	103
6.4.2	Varianz	105
6.5	Eine entscheidungstheoretische Lösung des Ein-Stichproben-Problems	106
6.5.1	Lösung von Lindley	106
6.6	Vergleich zweier Stichproben	110
6.6.1	Unabhängige Stichproben und Paarvergleich	110
6.6.2	Unterschied von Mittelwerten bei gleichen Varianzen in den Grundgesamtheiten	110
6.6.3	t-Test für zwei Stichproben	114
6.6.4	Mittelwertsdifferenz bei ungleichen Varianzen der Grundgesamtheiten	115
6.6.5*	Fiduzialwahrscheinlichkeit	118
6.6.6	t-Test für Paardifferenzen	118
6.6.7	Vergleich zweier Varianzen	121

6.7	Vereinfachte Berechnungen	122
6.7.1	Transformation der Variablen	122
6.7.2	Fall zweier Stichproben	124
6.7.3	Bedeutung von Rechenmaschinen	126
7	Normalverteilte Zufallsvariable bei Experimenten und Erhebungen	127
7.1	Varianzanalyse	127
7.1.1	Allgemeine Prinzipien	127
7.2	Einfaktorielle Varianzanalyse	128
7.2.1	Beispiel	128
7.2.2	Allgemeine Formeln	135
7.2.3	Modell	138
7.2.4	Vergleich zweier Behandlungsstufen	140
7.2.5	Zwei algebraische Beweise	141
7.2.6	Allgemeiner Vergleich bei einem Freiheitsgrad	142
7.2.7	Vergleich mit mehr als einem Freiheitsgrad	144
7.2.8	Selektierte Vergleiche können zu Fehlschlüssen führen	145
7.2.9	Prüfung der Voraussetzungen	147
7.2.10	Kolmogoroff-Smirnoff-Test für eine Stichprobe	149
7.2.11	Test von Bartlett	152
7.3	Zweifaktorielle Varianzanalyse	154
7.3.1	Beispiel	154
7.3.2	Modell	158
7.3.3	Restvariable und Wechselwirkung	162
7.3.4*	Zwei algebraische Beweise	166
7.3.5	Die Kombination zweifaktorieller Analysen	167
7.4	Endliche Grundgesamtheiten	181
7.4.1	Statistische Erhebungen	181
7.4.2	Einfache zufällige Stichprobenerhebung	182
7.4.3	Stratifizierte Stichprobenerhebung	183
7.4.4	Zweistufige Stichprobenerhebung	183
8	Abhängige normalverteilte Variable	186
8.1	Korrelation und Regression	186
8.1.1	Problemstellung	186
8.2	Abhängigkeitsmaße für normalverteilte Variable	186
8.2.1	Kovarianz	186
8.2.2	Produktmomentkorrelation	188
8.3	Lineare Regression	190
8.3.1	Regressionsgerade	190
8.3.2*	Restvarianz	193
8.3.3	Varianzanalytische Behandlung der Regression	195
8.3.4	Modell	197
8.3.5	Zusammenhang zwischen Korrelation und Regression	198

X *Inhaltsverzeichnis*

8.4	Regression und Schätzung	200
8.4.1	Genauigkeit einer Vorhersage mittels linearer Regression	200
8.4.2*	Bestimmung der beiden Varianzen	203
9	Einige nichtnormale Verteilungen	204
9.1	Nichtnormale Verteilungen	204
9.1.1	Die wichtigsten Typen	204
9.2	Die Familien der Binomial- und Poissonverteilungen	204
9.2.1	Voraussetzungen	204
9.2.2	Binomialverteilung	205
9.2.3*	Formeln für die Binomialverteilung	207
9.2.4	Poissonverteilung	212
9.2.5	Formeln für die Poissonverteilung	216
9.2.6	Verhalten bei großen Stichproben	218
9.3	Schätzung und Sigifikanztests	218
9.3.1	Die unbekannt Parameter der Verteilungen	218
9.3.2	Schätzung von p bei der Binomialverteilung	219
9.3.3	Schätzung des Mittelwertes einer Poissonverteilung	219
9.3.4	Zwei Stichproben aus Binomialverteilungen	220
9.3.5	Zwei Stichproben aus einer Poissonverteilung	220
9.3.6	Mehr als zwei Stichproben	221
9.3.7	Beispiel für den Vergleich von Binomialverteilungen	222
9.4	Transformationen	225
9.4.1	Varianzstabilität	225
9.4.2	Winkeltransformation	225
9.4.3	Quadratwurzeltransformation	229
9.4.4	Probittransformation	230
9.4.5	Der Effekt von Transformationen auf Wechselwirkungen	230
9.5	Multinomialverteilung	231
9.5.1	Eine Verallgemeinerung der Binomialverteilung	231
9.5.2	Beispiel für einen Test auf Güte der Anpassung	232
	Literatur	234
	Anhang	235
	Sachverzeichnis	266