

# Inhalt

1.	Einleitung	7
2.	Wahrscheinlichkeitsrechnung	9
2.1.	Zufällige Ereignisse	9
2.1.1.	Zufällige Versuche	9
2.1.2.	Zufällige Ereignisse	10
2.1.3.	Relationen zwischen zufälligen Ereignissen	12
2.1.4.	Das Ereignisfeld	16
2.1.5.	Ergänzende Betrachtungen in Verbindung mit dem Begriff des zufälligen Ereignisses	17
2.1.6.	Beispiele und Aufgaben	18
2.2.	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	20
2.2.1.	Relative Häufigkeit	20
2.2.2.	Der Wahrscheinlichkeitsbegriff	23
2.2.2.1.	Axiomatischer Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung	23
2.2.2.2.	Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff	25
2.2.2.3.	Ergänzende Betrachtungen in Verbindung mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses	27
2.2.3.	Bedingte Wahrscheinlichkeiten, unabhängige Ereignisse	28
2.2.3.1.	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	28
2.2.3.2.	Unabhängige Ereignisse	32
2.2.4.	Beispiele und Aufgaben	33
2.3.	Zufallsgrößen	36
2.3.1.	Begriff der Zufallsgröße	36
2.3.1.1.	Erklärung des Begriffs der Zufallsgröße	36
2.3.1.2.	Weiterführende Betrachtungen	38
2.3.2.	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße	38
2.3.2.1.	Begriff der Wahrscheinlichkeitsverteilung	38
2.3.2.2.	Diskrete Zufallsgrößen	40
2.3.2.3.	Stetige Zufallsgrößen	43
2.3.2.4.	Beispiele	45
2.3.2.5.	Zusammenfassung	48
2.3.3.	Kennwerte der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße	48
2.3.3.1.	Der Erwartungswert	48
2.3.3.2.	Die Varianz	51
2.3.3.3.	Der Erwartungswert von Funktionen einer Zufallsgröße	52
2.3.3.4.	Momente einer Zufallsgröße	55
2.3.3.5.	Zusammenfassung	56
2.3.3.6.	Einige weitere Kennwerte	57
2.3.4.	Aufgaben	58
2.3.5.	Einige spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	60
2.3.5.1.	Die Null-Eins-Verteilung	60
2.3.5.2.	Die Binomialverteilung	61
2.3.5.3.	Die Poissonverteilung	63
2.3.5.4.	Die hypergeometrische Verteilung	65
2.3.5.5.	Zusammenfassung	67
2.3.6.	Einige spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	67
2.3.6.1.	Die gleichmäßige stetige Verteilung	69
2.3.6.2.	Die Exponentialverteilung	70
2.3.6.3.	Die Normalverteilung	71
2.3.6.4.	Zusammenfassung	76
2.3.7.	Mehrdimensionale Zufallsgrößen	76

4	Inhalt	
2.3.7.1.	Einleitung	76
2.3.7.2.	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer mehrdimensionalen Zufallsgröße	78
2.3.7.3.	Unabhängigkeit von Zufallsgrößen, Korrelationskoeffizient, Kovarianzmatrix, bedingter Erwartungswert	83
2.3.8.	Funktionen von mehrdimensionalen Zufallsgrößen	86
2.3.8.1.	Problemstellung	86
2.3.8.2.	Summen von unabhängigen Zufallsgrößen	87
2.3.8.3.	Grundverteilungen der mathematischen Statistik	89
2.3.9.	Charakteristische Funktionen	93
2.3.9.1.	Definition und Beispiele	93
2.3.9.2.	Berechnung von Momenten	95
2.3.9.3.	Der Multiplikationssatz	97
2.3.9.4.	Erzeugende Funktionen	98
2.3.9.5.	Weiterführende Betrachtungen	99
2.3.10.	Grenzwertsätze	100
2.3.10.1.	Einleitung	100
2.3.10.2.	Das Gesetz der großen Zahlen von Bernoulli	101
2.3.10.3.	Der Satz von Poisson	102
2.3.10.4.	Der zentrale Grenzwertsatz	104
2.3.10.5.	Weiterführende Bemerkungen	106
2.3.11.	Aufgaben	107
3.	Mathematische Statistik	110
3.1.	Beschreibende Statistik	110
3.1.1.	Beschreibende Statistik bei einem Merkmal	110
3.1.1.1.	Urliste, Häufigkeitstabellen, Häufigkeitsverteilungen	110
3.1.1.2.	Graphische Darstellungen von Häufigkeitsverteilungen	113
3.1.1.3.	Statistische Maßzahlen	116
3.1.2.	Beschreibende Statistik bei zwei Merkmalen	121
3.1.2.1.	Urliste, Korrelationstabelle, Häufigkeitsverteilung	121
3.1.2.2.	Statistische Maßzahlen	125
3.2.	Grundgesamtheit und Stichprobe	128
3.3.	Statistische Schätzverfahren	132
3.3.1.	Einleitung	132
3.3.2.	Punktschätzungen	133
3.3.2.1.	Begriff der Punktschätzung	133
3.3.2.2.	Maximum-Likelihood-Methode	137
3.3.2.3.	Momentenmethode	139
3.3.3.	Konfidenzschätzungen	140
3.3.3.1.	Begriff der Konfidenzschätzung	140
3.3.3.2.	Konfidenzschätzung für den Erwartungswert einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz	141
3.3.3.3.	Konfidenzschätzung für den Erwartungswert einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz	144
3.3.3.4.	Konfidenzschätzung für die Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit	146
3.3.3.5.	Konfidenzschätzung für den Parameter $p$ einer Null-Eins-verteilten Grundgesamtheit	147
3.3.3.6.	Weiterführende Betrachtungen	149
3.4.	Statistische Prüfverfahren	150
3.4.1.	Problemstellung und Grundbegriffe	150
3.4.2.	Prüfung des Erwartungswerts einer normalverteilten Grundgesamtheit mit bekannter Varianz	156

3.4.3.	Prüfung des Erwartungswerts einer normalverteilten Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz . . . . .	157
3.4.4.	Prüfung der Varianz einer normalverteilten Grundgesamtheit . . . . .	159
3.4.5.	Prüfung der Gleichheit der Erwartungswerte zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten . . . . .	161
3.4.6.	Prüfung der Gleichheit der Varianzen zweier unabhängiger normalverteilter Grundgesamtheiten . . . . .	162
3.4.7.	Prüfung des Parameters $p$ einer Null-Eins-verteilten Grundgesamtheit . . . . .	163
3.4.8.	Prüfung, ob eine Grundgesamtheit einer Normalverteilung unterliegt (mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes) . . . . .	164
3.4.9.	Prüfung der Verteilungsfunktion einer Grundgesamtheit (Anpassungstest) . . . . .	166
3.5.	Einführung in die Varianzanalyse . . . . .	170
3.5.1.	Problemstellung . . . . .	170
3.5.2.	Modell I bei einfacher Klassifikation . . . . .	172
3.5.3.	Modell II bei einfacher Klassifikation . . . . .	176
3.5.4.	Das allgemeine lineare Modell . . . . .	179
3.6.	Einführung in die Regressions- und Korrelationsanalyse . . . . .	179
3.6.1.	Problemstellung . . . . .	179
3.6.2.	Regressionsanalyse . . . . .	180
3.6.2.1.	Schätzung der Parameter $\beta_1$ , $\beta_2$ und $\sigma^2$ . . . . .	181
3.6.2.2.	Prüfung der Parameter $\beta_1$ und $\beta_2$ ; Konfidenzbereich für die Regressionsgerade . . . . .	183
3.6.3.	Korrelationsanalyse . . . . .	187
3.7.	Einführung in verteilungsunabhängige Prüfverfahren . . . . .	190
3.8.	Aufgaben . . . . .	196
	Lösungen der Aufgaben . . . . .	199
	Anhang: Tafeln . . . . .	201
	Literatur . . . . .	211
	Namen- und Sachregister . . . . .	212