Inhaltsverzeichnis

1. Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse 1

2. Absolute und relative Häufigkeiten 9

3. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff im täglichen Sprachgebrauch (subjektive Wahrscheinlichkeit) 13

4. Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff 15
4.1. Die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Versuchsergebnisse 16
4.2. Die Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Ereignisses 17

5. Kombinatorik 22
5.1. Anordnungsmöglichkeiten 22
5.2. Auswahlmöglichkeiten mit Berücksichtigung der Reihenfolge 28
5.3. Auswahlmöglichkeiten ohne Berücksichtigung der Reihenfolge 38
5.4. Zusammenstellung der Formeln aus der Kombinatorik 45
5.5. Urnenmodelle 46

6. Geometrische Wahrscheinlichkeiten 50
6.1. Geometrische Wahrscheinlichkeiten auf der Zahlengeraden 50
6.2. Geometrische Wahrscheinlichkeiten in der Ebene 53

7. Allgemeine Wahrscheinlichkeiten 58
7.1. Axiome der Wahrscheinlichkeit 58
7.2. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit 62

8. Bedingte Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Ereignisse 63
8.1. Bedingte Wahrscheinlichkeiten 63
8.2. Stochastisch unabhängige Ereignisse 69
8.3. Unabhängige Wiederholungen von Zufallsexperimenten 71

9. Mehrstufige Zufallsexperimente 74
9.1. Zweistufige Zufallsexperimente 74
9.2. Mehrstufige Zufallsexperimente 81
9.3. Unabhängige Versuchswiederholungen 84
9.4. Binomialverteilung (Verteilung der absoluten Häufigkeit) 84
9.5. Die geometrische Verteilung (Warten auf den ersten Erfolg) 86

10. Beschreibende Statistik (Stichprobendarstellung) 89
10.1. Merkmaltypen und Stichproben 89
10.2. Graphische Darstellungen 90
10.2.1. Graphische Darstellungen bei qualitativen Merkmalen 90
10.2.2. Graphische Darstellungen bei quantitativen Merkmalen 91
10.3. Mittelwerte einer Stichprobe 95
10.3.1. Das arithmetische Mittel (Mittelwert) 95
10.3.2. Der Median einer Stichprobe 98
10.3.3. Vergleich von Mittelwert und Median 99

10.3.4. Das harmonische Mittel ... 100
10.3.5. Das geometrische Mittel ... 102
10.4. Quantile einer Stichprobe ... 103
10.5. Streuungsmaße (Abweichungsmaße) einer Stichprobe ... 104
10.5.1. Der mittlere (durchschnittliche) Abstand ... 106
10.5.2. Varianz und Standardabweichung (Streuung) einer Stichprobe ... 106
10.5.3. Vergleich des mittleren Abstands mit der Standardabweichung ... 108

11. Diskrete Zufallsvariable ... 110
11.1. Die Verteilung einer diskreten Zufallsvariablen ... 110
11.2. Der Erwartungswert einer diskreten Zufallvariablen ... 111
11.3. Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen ... 123
11.4. Die Binomialverteilung – die Zufallsvariable der absoluten Häufigkeit ... 127
11.5. Die hypergeometrische Verteilung – Ziehen ohne Zurücklegen ... 129
11.6. Die geometrische Verteilung ... 130
11.7. Die Poisson-Verteilung ... 134

12. Die Normalverteilung (Gaußsche Glockenkurve) ... 137
12.1. Gaußsche Glockenkurven ... 137
12.2. Die Standard-Normalverteilung – N(0;1)-Verteilung ... 142
12.2.1. Die Glockenkurve (Dichte) der Standard-Normalverteilung ... 142
12.2.2. Die Standardisierung einer Stichprobe ... 142
12.2.3. Die Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung ... 144
12.2.4. Die Kenngrößen der Standard-Normalverteilung ... 146
12.3. Die allgemeine Normalverteilung – die $N(\mu;\sigma^2)$-Verteilung ... 147
12.3.1. Die Dichte einer Normalverteilung ... 147
12.3.2. Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ... 147
12.3.3. Wahrscheinlichkeiten für Intervalle ... 147
12.3.4. Die zwei-Sigma-Regel ... 148
12.3.5. Die drei-Sigma-Regel ... 149
12.3.6. Schätzwerte für einen unbekannten Erwartungswert und eine unbekannte Varianz einer Normalverteilung ... 149
12.3.7. Summen unabhängiger Normalverteilungen ... 149
12.4. Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung ... 150
12.5. Approximation von Summen unabhängiger identisch verteilter Zuvallsvariabler durch eine Normalverteilung ... 152

13. Weitere stetige Verteilungen ... 154
13.1. Die gleichförmige (gleichmäßige) Verteilung ... 154
13.2. Die Exponentialverteilung ... 157

14. Stichprobentheorie (repräsentative Zufallsstichproben) ... 160
14.1. Vorgehensweise bei statistischen Verfahren ... 160
14.2. Stichproben bei endlichen Grundgesamtheiten ... 162
14.3. Stichprobenwerte als Realisierungen von Zufallsvariablen (unabhängige Zufallsstichproben) ... 165

15. Parameterschätzung ... 167
15.1. Schätzwerte für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit ... 168
15.2. Schätzwerte für den relativen Anteil in einer endlichen Grundgesamtheit (Qualitätskontrolle) ... 170
15.3. Schätzwerte für einen unbekannten Erwartungswert ... 171
15.4. Schätzwerte für eine unbekannte Varianz ... 172

16. Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle) ... 175
16.1. Vertrauensintervalle für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit p ... 178
16.2. Vertrauensintervalle für einen unbekannten Erwartungswert ... 183
16.2.1. Vertrauensintervalle für μ bei bekannter Varianz σ^2 ... 183
16.2.2. Vertrauensintervalle für μ bei unbekannter Varianz ... 186
16.3. Vertrauensintervalle für die Varianz σ^2 bzw. die Standardabweichung σ ... 187
16.4. Einseitige Vertrauensintvervalle ... 189

17. Test eines Parameters (Signifikanztest) ... 192
17.1. Ein Beispiel zur Begriffsbildung (Qualitätskontrolle) ... 192
17.2. Allgemeine Parametertests ... 196
17.3. Test einer unbekannten Wahrscheinlichkeit $p = P(A)$ ... 198
17.4. Test eines unbekannten Erwartungswertes μ ... 204
17.4.1. Test bei bekannter Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X ... 204
17.4.2. Test bei unbekannter Varianz σ^2 der Zufallsvariablen X ... 206
17.5. Test einer unbekannten Varianz σ^2 (Standardabweichung σ) ... 207

18. Vergleich der Parameter zweier Verteilungen (Grundgesamtheiten) ... 209
18.1. Test auf Gleichheit zweier Parameter ... 209
18.2. Test auf eine bestimmte Differenz zweier Parameter ... 210
18.3. Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten (Binomialverteilungen) ... 210
18.4. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Wahrscheinlichkeiten 213
18.5. Vergleich zweier Erwartungswerte. Vergleich zweier Meßreihen (zweier Stichproben) ... 214
18.5.1. Vergleich zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben (Vergleich zweier abhängiger Meßreihen) ... 214
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ... 215
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei verbundenen Stichproben ... 217
18.5.2. Vergleich zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben (Vergleich zweier unabhängiger Meßreihen) ... 217
1. Test der Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben ... 218
2. Vertrauensintervalle für die Differenz zweier Erwartungswerte bei nichtverbundenen Stichproben ... 219

19. Der Chi-Quadrat-Anpassungstest ... 220
19.1. Test von vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten ... 220
19.2. Test auf Gleichheit aller Wahrscheinlichkeiten ... 222
19.3. Test einer Verteilungsfunktion ... 224

20. Die Vierfelder-Tafel (Unabhängigkeitstest) 226

Anhang: Tabellen 228

Register 234