

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Wahrscheinlichkeitsrechnung

Kapitel 1: Grundlagen	1
1.1 Zufallsexperimente	1
1.2 Ereignisse	3
1.3 Wahrscheinlichkeit	4
1.3.1 Die Laplacesche Wahrscheinlichkeitsdefinition	6
1.3.2 Die von Misessche Wahrscheinlichkeitsdefinition	8
1.3.3 Die axiomatische Grundlage der Wahrscheinlichkeitsrechnung	11
1.3.4 Objektive, subjektive und logische Wahrscheinlichkeit	13
1.3.5 Die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten	16
1.4 Einige Rechenregeln	18
1.5 Bedingte Wahrscheinlichkeit	20
1.6 Der Satz von Bayes	23
1.7 Unabhängige Ereignisse	26
Fragen zur Wiederholung	27
Aufgaben	27
Kapitel 2: Wahrscheinlichkeitsverteilungen	31
2.1 Zufallsgrößen	31
2.1.1 Skalierungen	32
2.1.2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen	33
2.1.3 Unabhängige Zufallsvariablen	34
2.2 Diskrete Verteilungen	35
2.3 Stetige Verteilungen	37
2.4 Die Verteilungsfunktion	39
2.4.1 Die Verteilungsfunktion einer diskreten Verteilung	40
2.4.2 Die Verteilungsfunktion einer stetigen Verteilung	41
2.5 Ergänzende Bemerkungen über Verteilungen	42
2.6 Lage- und Streuungsparameter	44
2.6.1 Der Modalwert (Modus)	44
2.6.2 Der Median	45
2.6.3 Quantile	47
2.6.4 Der Erwartungswert	47
2.6.5 Ergänzende Bemerkungen zu den Lageparametern	51
2.6.6 Varianz und Standardabweichung	52
2.6.7 Die Ungleichung von Tschebyscheff	54
Fragen zur Wiederholung	55
Aufgaben	56
Kapitel 3: Spezielle Verteilungen	59
3.1 Das Urnenmodell	59
3.1.1 Einige kombinatorische Regeln	59
3.1.2 Zufälliges Ziehen ohne Zurücklegen	61

3.1.3 Zufälliges Ziehen mit Zurücklegen	62
3.2 Die hypergeometrische Verteilung	62
3.3 Die Binomialverteilung	64
3.4 Die Poisson-Verteilung	66
3.5 Die Normalverteilung	68
3.5.1 Definition und Gestalt	68
3.5.2 Standardisierung und Vertafelung	69
3.5.3 Weitere Eigenschaften	72
3.6 Die Exponentialverteilung	73
Fragen zur Wiederholung	75
Aufgaben	76

Kapitel 4: Grenzwertsätze und Approximationen 79

4.1 Das Gesetz der großen Zahlen	79
4.2 Der zentrale Grenzwertsatz	81
4.3 Approximationen	83
4.3.1 Approximation der hypergeometrischen Verteilung durch die Binomialverteilung	83
4.3.2 Approximation der Binomial- durch die Normalverteilung	84
4.3.3 Approximation der Binomial- durch die Poissonverteilung	87
4.3.4 Approximation der Poisson- durch die Normalverteilung	89
4.3.5 Zusammenfassender Überblick	90
Fragen zur Wiederholung	91
Aufgaben	91

Kapitel 5: Mehrdimensionale Zufallsgrößen 93

5.1 Diskrete zweidimensionale Zufallsgrößen	93
5.2 Stetige zweidimensionale Zufallsgrößen	97
5.3 Die Kovarianz	98
5.4 Der Korrelationskoeffizient	100
5.5 Die Regressionsgeraden	102
5.5.1 Die Regressionsgerade von Y bzgl. X	102
5.5.2 Die Regressionsgerade von X bzgl. Y	103
5.5.3 Vergleich der beiden Regressionsgeraden	104
Fragen zur Wiederholung	106
Aufgaben	106

Teil II: Induktive Statistik

Kapitel 6: Stichproben 109

6.1 Grundbegriffe	109
6.1.1 Stichprobe und Grundgesamtheit	109
6.1.2 Heterograde und homograde Fall	111
6.1.3 Identisch verteilte Stichproben; unabhängige Stichproben	113
6.2 Zufällige Stichproben aus endlichen Grundgesamtheiten	113
6.2.1 Der allgemeine Begriff einer zufälligen Stichprobe	113

6.2.2 Einige nichtzufällige Stichproben	114
6.2.3 Zufällige Stichproben ohne Zurücklegen	115
6.2.4 Einige Auswahltechniken	118
6.2.5 Zufällige Stichproben mit Zurücklegen	120
6.3 Geschichtete Stichproben	122
6.3.1 Die geschichtete Stichprobe	122
6.3.2 Die proportional geschichtete Stichprobe	125
6.3.3 Die optimal geschichtete Stichprobe	126
6.3.4 Bemerkungen zum Schichtungseffekt	127
6.4 Klumpenstichproben	128
6.5 Unabhängige identisch verteilte Stichproben	131
Fragen zur Wiederholung	133
Aufgaben	134

Kapitel 7: Exemplarische Behandlung verschiedener schätztheoretischer Konzepte 137

7.1 Das Beispiel. Allgemeine Betrachtungen	137
7.2 Der klassische Standpunkt: objektivistisch und frequentistisch	139
7.2.1 Grundlagen	139
7.2.2 Überdeckungswahrscheinlichkeiten	140
7.2.3 Die mittlere quadratische Abweichung	144
7.3 Das Likelihood-Prinzip: objektivistisch und nichtfrequentistisch	147
7.4 Das subjektivistische Schätzkonzept: nichtfrequentistisch	152
7.4.1 Grundlagen	152
7.4.2 Die a posteriori Verteilung bei diskreter a priori Verteilung	153
7.4.3 Die a posteriori Verteilung bei stetiger a priori Verteilung	158
7.4.4 Der Schätzwert eines Subjektivisten	161
7.5 Der entscheidungstheoretische Ansatz: ein formaler Überbau	162
Fragen zur Wiederholung	168

Kapitel 8: Punkt- und Intervallschätzungen 171

8.1 Punktschätzungen	171
8.1.1 Grundbegriffe. Die Verteilungsannahme	171
8.1.2 Der Mean Square Error	173
8.1.3 Erwartungstreue Schätzungen	175
8.1.4 Effiziente Schätzungen	177
8.1.5 Konsistenz und asymptotische Erwartungstreue	181
8.1.6 Maximum-Likelihood-Schätzungen	183
8.1.7 Die Methode der kleinsten Quadrate	187
8.2 Intervallschätzungen	192
8.2.1 Einführung	192
8.2.2 Ein Beispiel	194
8.2.3 Ergänzende Bemerkungen	197
8.2.4 Konfidenzintervalle für μ	198
8.2.5 Konfidenzintervalle für σ^2	203
8.2.6 Konfidenzintervalle für p	208
8.2.7 Abschließende Hinweise	213
8.3 Schichtungseffekte	213
8.3.1 Vorbemerkungen	213

8.3.2	Der Schätzfehler in einer reinen Zufallsauswahl	215
8.3.3	Die Streuungszerlegung einer geschichteten Grundgesamtheit . . .	216
8.3.4	Schätzfehler und Schichtungseffekt in geschichteten Stichproben .	218
8.3.5	Schätzfehler und Schichtungseffekt bei proportionaler Aufteilung .	219
8.3.6	Schätzfehler und Schichtungseffekt bei optimaler Aufteilung . . .	220
8.4	Klumpungseffekte	222
8.4.1	Vorbemerkungen	222
8.4.2	Der Schätzfehler in einer Klumpenstichprobe	223
8.4.3	Der Klumpungseffekt	225
	Fragen zur Wiederholung	227
	Aufgaben	228
Kapitel 9:	Statistische Tests	233
9.1	Begriff und Aufbau eines Tests	233
9.1.1	Vorbemerkungen	233
9.1.2	Ein einführendes Beispiel	234
9.1.3	Grundlegende Begriffe	236
9.1.4	Konstruktionsprinzip und Gütekriterium	238
9.1.5	Entscheidungsregel und Interpretation der Testergebnisse	239
9.1.6	Die Durchführung einer Hypothesenprüfung	241
9.2	Parametertests	244
9.2.1	Parametrische Verteilungsannahme	244
9.2.2	Die Gütefunktion	246
9.2.3	Der Gütevergleich von Parametertests	250
9.2.4	Parametertests und Konfidenzintervalle	251
9.3	Mittelwerttests	253
9.3.1	Der einfache Gauß-Test	253
9.3.2	Der einfache t-Test	255
9.3.3	Der doppelte Gauß-Test	259
9.3.4	Der doppelte t-Test	260
9.3.5	Der Test von Welch	262
9.3.6	Der t-Differenzentest	264
9.3.7	Verbundene oder unverbundene Stichproben?	266
9.3.8	Mittelwerttests bei großen Stichprobenumfängen	268
9.4	Tests für unbekannte Wahrscheinlichkeiten	270
9.4.1	Der Binomial-Test für p	270
9.4.2	Der einfache Gauß-Test für p	276
9.4.3	Der exakte Test von Fisher für $p_1 - p_2$	277
9.4.4	Der doppelte Gauß-Test für $p_1 - p_2$	280
9.5	Chi-Quadrat-Tests	281
9.5.1	Der Chi-Quadrat-Test für die Varianz	281
9.5.2	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest; H_0 einfach	285
9.5.3	Der Chi-Quadrat-Anpassungstest; H_0 zusammengesetzt	287
9.5.4	Der Chi-quadrat-Unabhängigkeitstest	293
9.5.5	Vierfeldertafeln	297
9.6	Ergänzungen	302
9.6.1	Verallgemeinerungen des klassischen Testkonzeptes	302
9.6.2	Das Likelihood-Konzept der Testtheorie	304
9.6.3	Das entscheidungstheoretische Testkonzept	306
9.6.4	Die Bedeutung des Likelihood-Quotienten-Tests	308

Fragen zur Wiederholung	308
Aufgaben	310
Lösungen der Aufgaben	315
Tabellen	342
Literaturverzeichnis	348
Literaturhinweise	358
Namensverzeichnis	360
Sachverzeichnis	362