

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort . . . . .	15
-------------------	----

## Erstes Kapitel

Gegenstand und Methoden der Logik	17
-----------------------------------	----

§ 1. Gegenstand der Logik . . . . .	17
§ 2. Logische Abstraktionen . . . . .	19
§ 3. Logischer Aspekt der Sprache . . . . .	21
§ 4. Logische Regeln . . . . .	23
§ 5. Beobachtung und Erfindung . . . . .	24
§ 6. Logik und Ontologie . . . . .	26
§ 7. Die Universalität logischer Regeln . . . . .	28
§ 8. Mathematische Logik . . . . .	30
§ 9. Die Sprache der Logik . . . . .	31
§ 10. Termini und Aussagen . . . . .	33
§ 11. Logische Kalküle . . . . .	36
§ 12. Intuition und logische Kalküle . . . . .	38
§ 13. Logische Termini . . . . .	39
§ 14. Anwendung der Logik . . . . .	39
§ 15. Bemerkungen zur weiteren Darstellung . . . . .	40

## Zweites Kapitel

Aussagenlogik	43
---------------	----

§ 1. Sprache der Aussagenalgebra . . . . .	43
§ 2. Abkürzungen in der Schreibweise . . . . .	46
§ 3. Definitionen aussagenlogischer Operatoren . . . . .	47

§ 4. Werte von Formeln . . . . .	50
§ 5. Äquivalenz von Formeln . . . . .	52
§ 6. Grundoperatoren und abgeleitete Operatoren . . . . .	53
§ 7. Funktionale Vollständigkeit . . . . .	55
§ 8. Einige Theoreme über Werte von Formeln . . . . .	58
§ 9. Tautologien . . . . .	60
§ 10. Erfüllbare und unerfüllbare Formeln . . . . .	63
§ 11. Empirische Formeln . . . . .	64
§ 12. Konträre Formeln und Operatoren . . . . .	65
§ 13. Duale Operatoren . . . . .	66
§ 14. Umformung von Formeln . . . . .	66
§ 15. Elementare Formeln . . . . .	68
§ 16. Normalformen . . . . .	69
§ 17. Einige Theoreme über Normalformen . . . . .	72
§ 18. Überführen einer Formel in eine Standardform . . . . .	75
§ 19. Die semantische Folgebeziehung . . . . .	80
§ 20. Innerlogische Anwendungen der Aussagenalgebra . . . . .	83
§ 21. Außerlogische Anwendungen der Aussagenalgebra . . . . .	85
§ 22. Semantische Tableaus . . . . .	86

### Drittes Kapitel

#### Aussagenkalkül 93

§ 1. Basis des Kalküls <i>NS</i> . . . . .	94
§ 2. Theoreme des Kalküls . . . . .	96
§ 3. Varianten einer Formel . . . . .	97
§ 4. Abgeleitete Operatoren . . . . .	98
§ 5. Metatheoreme . . . . .	99
§ 6. Abgeleitete Schlußregeln . . . . .	100
§ 7. Beweis aus Annahmen . . . . .	100
§ 8. Deduktionstheorem . . . . .	102
§ 9. Semantische Interpretation . . . . .	106
§ 10. Die Widerspruchsfreiheit des Kalküls <i>NS</i> . . . . .	107
§ 11. Semantische Vollständigkeit des Kalküls <i>NS</i> . . . . .	107
§ 12. Die Entscheidbarkeit des Kalküls <i>NS</i> . . . . .	110
§ 13. Ersetzbarkeitstheoreme . . . . .	111
§ 14. Syntaktische Vollständigkeit von <i>NS</i> . . . . .	112
§ 15. Arten semantischer Interpretationen von Kalkülen . . . . .	112
§ 16. Die Unabhängigkeit der Axiome und Schlußregeln des Kalküls <i>NS</i> . . . . .	113
§ 17. Kalküle mit Axiomenschemata . . . . .	116
§ 18. Der Kalkül <i>NS</i> * . . . . .	117

§ 19. Effektive Beweise von Metatheoremen . . . . .	118
§ 20. Der Kalkül $NKA$ . . . . .	121
§ 21. Die Äquivalenz von $NS$ und $NKA$ . . . . .	124
§ 22. Natürliches Schließen . . . . .	126
§ 23. Semantische Tableaus und Sequenzenkalkül . . . . .	130
§ 24. Logische Interpretation der Aussagenkalküle . . . . .	132
§ 25. Der Zusammenhang zwischen Aussagenkalkül und Aussagenalgebra . . . . .	134
§ 26. Teilsysteme des klassischen Aussagenkalküls . . . . .	134
§ 27. Erweiterungen des klassischen Aussagenkalküls . . . . .	138

## Viertes Kapitel

### Mehrwertige Aussagenlogik 143

§ 1. Die Mehrwertigkeit von Aussagen . . . . .	143
§ 2. Wahrheitswerte in der mehrwertigen Logik . . . . .	145
§ 3. Mehrwertige Operatoren und Funktionen . . . . .	147
§ 4. Arten von Formeln . . . . .	149
§ 5. Mehrwertige Aussagenalgebren . . . . .	150
§ 6. Die dreiwertige Logik $L^3$ . . . . .	150
§ 7. Die Operatoren von $L^3$ und der zweiwertigen Aussagenalgebra . . . . .	153
§ 8. Das System $L^4$ . . . . .	154
§ 9. Das System $H^3$ . . . . .	154
§ 10. Das System $W^n$ . . . . .	156
§ 11. Analoge Funktionen und Formeln . . . . .	158
§ 12. Theoreme über Analoga . . . . .	160
§ 13. Abgeschwächte Analoga . . . . .	162
§ 14. Verallgemeinerungen von Funktionen . . . . .	164
§ 15. Axiomatisierung mehrwertiger Systeme . . . . .	165
§ 16. Anwendungen der mehrwertigen Logik . . . . .	166
§ 17. Logische Interpretation der Wahrheitswerte . . . . .	169
§ 18. Topologische Logik . . . . .	173

## Fünftes Kapitel

### Nichtklassische Aussagenkalküle 179

§ 1. Der intuitionistische Aussagenkalkül . . . . .	179
§ 2. Einige Theoreme und Metatheoreme . . . . .	180
§ 3. Die Operatoren des $IAK$ . . . . .	184
§ 4. $KAK$ und $IAK$ . . . . .	185
§ 5. Semantische Vollständigkeit des $IAK$ . . . . .	185

§ 6. Dialogische Vollständigkeit des <i>IAK</i> . . . . .	186
§ 7. Logische Interpretation des <i>IAK</i> . . . . .	191
§ 8. Paradoxien der klassischen Theorie der logischen Folgebeziehung . . . . .	193
§ 9. Das System der strikten Implikation . . . . .	196
§ 10. Paradoxien der strikten Implikation . . . . .	198
§ 11. Systeme der strengen Implikation . . . . .	199
§ 12. Das Problem der logischen Folgebeziehung . . . . .	201
§ 13. Logik der Mikrophysik . . . . .	202

## Sechstes Kapitel

Allgemeine Theorie der logischen Folgebeziehung . . . . .	209
---	-----

§ 1. Aussagen über die Folgebeziehung . . . . .	209
§ 2. Grundprinzipien der Deduktion . . . . .	210
§ 3. Regeln der Folgebeziehung und Wahrheitswerte . . . . .	211
§ 4. Sinnzusammenhang . . . . .	213
§ 5. Definition der logischen Operatoren . . . . .	215
§ 6. Explikation der Intuition . . . . .	216
§ 7. Zwei Methoden zum Aufbau einer Theorie . . . . .	218
§ 8. Die entartete Folgebeziehung . . . . .	219
§ 9. Die strenge logische Folgebeziehung . . . . .	219
§ 10. Widerspruchsfreiheit . . . . .	221
§ 11. Theorem des Sinnzusammenhangs für $S^s$ . . . . .	222
§ 12. Einige Theoreme von $S^s$ . . . . .	223
§ 13. Standardformen . . . . .	226
§ 14. Vollständigkeit von $S^s$ . . . . .	228
§ 15. Reduzierbarkeit der Operatoren . . . . .	230
§ 16. Disjunktion . . . . .	230
§ 17. Die Unabhängigkeit von $S^s$ . . . . .	231
§ 18. Abgeschwächte Folgebeziehung . . . . .	232
§ 19. Das System der entarteten Folgebeziehung . . . . .	233
§ 20. Andere Formen der Folgebeziehung . . . . .	234
§ 21. Erweiterungen der allgemeinen Theorie der Folgebeziehung . . . . .	235

## Siebentes Kapitel

Einfache Aussagen . . . . .	237
-----------------------------	-----

§ 1. Der Aufbau einfacher Aussagen . . . . .	237
§ 2. Zwei Formen der Negation . . . . .	239
§ 3. Wahrheitswerte . . . . .	240

§ 4. Der Operator der Unbestimmtheit . . . . .	242
§ 5. Klassischer und nichtklassischer Fall . . . . .	242
§ 6. Traditionelle Prädikationstheorie . . . . .	243
§ 7. Nichttraditionelle Prädikationstheorie . . . . .	247

## Achtes Kapitel

### Quantorenlogik (Prädikatenlogik) 251

§ 1. Aussagen mit Quantoren . . . . .	252
§ 2. Das System $P^1$ des klassischen Quantorenkalküls der ersten Stufe . . . . .	253
§ 3. Die Widerspruchsfreiheit von $P^1$ . . . . .	256
§ 4. Einige Theoremschemata . . . . .	257
§ 5. Einige Metatheoreme . . . . .	261
§ 6. Beweis aus Annahmen . . . . .	265
§ 7. Deduktionstheorem . . . . .	266
§ 8. Unabhängigkeit . . . . .	269
§ 9. Das System $P^2$ . . . . .	271
§ 10. Standardformen . . . . .	272
§ 11. Semantische Hauptinterpretation . . . . .	278
§ 12. Semantische Vollständigkeit von $P^1$ . . . . .	280
§ 13. Syntaktische Unvollständigkeit von $P^1$ . . . . .	284
§ 14. Das Entscheidungsproblem . . . . .	284
§ 15. Natürliches Schließen . . . . .	285
§ 16. Semantische Tableaus und Sequenzenkalkül . . . . .	286
§ 17. Der intuitionistische Quantorenkalkül . . . . .	288
§ 18. Dialogischer Aufbau und Sequenzenkalkül der intuitionistischen Quantorenlogik . . . . .	289
§ 19. Quantorenkalküle höherer Stufe . . . . .	291

## Neuntes Kapitel

### Konditionale Aussagen 293

§ 1. Der Operator der Konditionalität . . . . .	293
§ 2. Bemerkung zur intuitiven Auffassung konditionaler Aussagen . . . . .	294
§ 3. Arten konditionaler Aussagen . . . . .	294
§ 4. Wahrheitswerte konditionaler Aussagen . . . . .	295
§ 5. Der Operator der Konditionalität und aussagenlogische Operatoren . . . . .	297
§ 6. Der Operator der Konditionalität und die klassische Subjunktion . . . . .	297
§ 7. Konditionale Aussagen und die logische Folgebeziehung . . . . .	300

§ 8. Semantische Regeln für konditionale Aussagen . . . . .	301
§ 9. Intuitive Auffassung der Konditionalität . . . . .	304
§ 10. Strenge Theorie konditionaler Aussagen . . . . .	306
§ 11. Abgeschwächte Theorie konditionaler Aussagen . . . . .	308
§ 12. Allgemeine Bemerkung zur Vollständigkeit logischer Theorien . . .	309
§ 13. Das Vollständigkeitsproblem von $S_{if}^1$ . . . . .	310
§ 14. Andere Systeme der Theorie konditionaler Aussagen und das Problem der deduktiven Mittel einer Wissenschaft . . . . .	311
§ 15. Die deduktiven Möglichkeiten einer logischen Theorie . . . . .	313
§ 16. Entartete Folgebeziehung . . . . .	314
§ 17. Nichtklassischer Fall . . . . .	317

## Zehntes Kapitel

### Nichttraditionelle Quantorentheorie 319

§ 1. Wert der Individuenvariablen . . . . .	319
§ 2. Paradoxien der traditionellen Quantorentheorie . . . . .	321
§ 3. Zwei Formen der Negation . . . . .	323
§ 4. Quantifikation von Prädikaten . . . . .	324
§ 5. Semantische Regeln . . . . .	325
§ 6. Einige intuitive Überlegungen . . . . .	325
§ 7. Kalküle der Quantorentheorie . . . . .	328
§ 8. Das System $Q^1$ . . . . .	329
§ 9. Das System $Q^2$ . . . . .	330
§ 10. Widerspruchsfreiheit . . . . .	331
§ 11. Theoreme des Sinnzusammenhangs . . . . .	331
§ 12. Unabhängigkeit . . . . .	331
§ 13. Einige Theoremschemata und Metatheoreme . . . . .	333
§ 14. Die Systeme $Q^3$ und $Q^4$ . . . . .	336
§ 15. Die Systeme $Q^{id}$ . . . . .	336
§ 16. Systeme für den nichtklassischen Fall . . . . .	337
§ 17. Einige Theoreme in den Systemen für den nichtklassischen Fall . .	338
§ 18. Eine andere Variante der Systeme für den klassischen Fall . . .	339
§ 19. Indirekte semantische Interpretation für den klassischen Fall . .	340
§ 20. Indirekte semantische Interpretation für den nichtklassischen Fall .	343
§ 21. Einige wichtige Folgerungen . . . . .	345
§ 22. Quantorentheorie und Prädikation . . . . .	346
§ 23. Systeme mit dem Operator der Konditionalität . . . . .	346
§ 24. Andere mögliche Erweiterungen der Quantorentheorie . . . . .	347
§ 25. Andere Quantoren . . . . .	348
§ 26. Paradoxien entarteter Quantoren . . . . .	349

§ 27. Implizite Quantoren . . . . .	352
§ 28. Nichttraditionelle Semantik für die Systeme der Quantorentheorie . . . . .	353
§ 29. Das Vollständigkeitsproblem . . . . .	360
§ 30. Die Vollständigkeit der strengen Quantorentheorie für den klassischen Fall . . . . .	363
§ 31. Die Vollständigkeit der strengen Quantorentheorie für den klassischen Fall bezüglich der nichttraditionellen Semantik . . . . .	369
§ 32. Entscheidbarkeit der strengen Quantorentheorie für den klassischen Fall . . . . .	372
§ 33. Bemerkung zu den übrigen Systemen . . . . .	373
§ 34. Nichttraditionelle Quantorentheorie und klassischer Prädikatenkalkül . . . . .	373
§ 35. Systeme mit quantifizierbaren Prädikaten . . . . .	374

## Elftes Kapitel

### Theorie der Termini

§ 1. Bedeutungseinschluß und Bedeutungsgleichheit von Termini . . . . .	376
§ 2. Einige abgeleitete Begriffe . . . . .	378
§ 3. Subjekte und Prädikate . . . . .	380
§ 4. Einfache und zusammengesetzte Termini . . . . .	380
§ 5. Kalküle der Termintheorie . . . . .	384
§ 6. Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit . . . . .	389
§ 7. Die Bildung von Termini . . . . .	390
§ 8. Verallgemeinerung und Einschränkung von Termini . . . . .	391
§ 9. Definitionen von Termini . . . . .	392
§ 10. Einfache Definitionen . . . . .	393
§ 11. Definition von Prädikaten . . . . .	396
§ 12. Rekursive Definitionen . . . . .	397
§ 13. Folgerungen aus Definitionen . . . . .	399
§ 14. Implizite Definitionen . . . . .	401
§ 15. Variablen . . . . .	401
§ 16. Definitionen mit Variablen . . . . .	405
§ 17. Teilweise Quantoren . . . . .	405
§ 18. Abhängige Termini und entartete Quantoren . . . . .	406
§ 19. „Unmittelbare“ Folgerungen . . . . .	407
§ 20. Logisch abhängige Termini . . . . .	410
§ 21. Widerspruchsfreiheit und Widersprüchlichkeit von Termini . . . . .	411
§ 22. <i>Ist</i> . . . . .	411
§ 23. Syllogistik . . . . .	412
§ 24. Sinn von Termini . . . . .	413

## Zwölftes Kapitel

Existentielle und modale Logik	417
§ 1. Das Prädikat der Existenz	418
§ 2. Klassischer und nichtklassischer Fall	420
§ 3. Das Prädikat der Universalität	421
§ 4. Existentielle Logik	421
§ 5. Semantische Regeln	424
§ 6. Die Vollständigkeit von $S^e$	425
§ 7. Mögliche Erweiterungen von $S^e$	426
§ 8. Zu einigen Paradoxien der Existenz	427
§ 9. Quantoren und das Prädikat der Existenz	428
§ 10. Modale Prädikate	430
§ 11. Modalität von Ereignissen und Aussagen	431
§ 12. Primäre Grundmodalitäten	431
§ 13. Die Beziehungen modaler Prädikate	432
§ 14. Logische Modalitäten	433
§ 15. Modale Operatoren	434
§ 16. Zu einer Abkürzung von Aussagen	434
§ 17. Elementare modale Logik	435
§ 18. Erweiterte modale Logik	437
§ 19. Semantische Regeln	438
§ 20. Vollständigkeit	440
§ 21. Andere Erweiterungen der modalen Logik	441
§ 22. Termini mit Modalitäten	443
§ 23. Modale und mehrwertige Logik	444
§ 24. Wahrscheinlichkeit	446

## Dreizehntes Kapitel

Klassen. Relationen	449
§ 1. Klassenbildender Operator	449
§ 2. Einschluß in eine Klasse	451
§ 3. Einschluß von Individuen in eine Klasse und Bedeutungseinschluß von Termini	452
§ 4. Der Terminus <i>Klasse</i>	453
§ 5. Abgeleitete Klassen	453
§ 6. Einige Arten von Klassen	454
§ 7. Beziehungen von Klassen	455
§ 8. Klassen von Klassen	455
§ 9. Klasse und Merkmal	459



§ 10. Zuordnung und Mächtigkeit von Klassen . . . . .	459
§ 11. Klassenlogik . . . . .	461
§ 12. Das System $SK^4$ . . . . .	466
§ 13. Widerspruchsfreiheit der Systeme der Klassenlogik . . . . .	467
§ 14. Das Vollständigkeitsproblem für die Systeme der Klassenlogik . . . . .	469
§ 15. Erweiterung der Systeme der Klassenlogik . . . . .	472
§ 16. Quasiklassischer Fall in der Quantorentheorie . . . . .	473
§ 17. Abhängige Termini . . . . .	473
§ 18. Klassensyllogistik . . . . .	473
§ 19. Relationen . . . . .	477
§ 20. Arten von Relationen . . . . .	478
§ 21. Logik des topologischen Vergleichs . . . . .	479
§ 22. Logik der topologischen Ordnung . . . . .	482
§ 23. Logik topologischer Relationen . . . . .	483
§ 24. Semantische Regeln . . . . .	483
§ 25. Bemerkung zur Relativität der Ordnung von Gegenständen . . . . .	485
§ 26. Vollständigkeit von $S^*$ . . . . .	486
§ 27. Erweiterung der Logik des Vergleichs . . . . .	486
§ 28. Die Relation <i>zwischen</i> . . . . .	486
§ 29. Die Ordnung von Ereignissen . . . . .	487
§ 30. Geordnete Konjunktionen und Adjunktionen . . . . .	488
§ 31. Physische Folgebeziehung . . . . .	489
§ 32. Ordnen von Klassen . . . . .	490
§ 33. Das Prinzip der vollständigen Induktion . . . . .	492

## Vierzehntes Kapitel

### Wissenschaftslogik 493

§ 1. Logische Typen von Gegenständen . . . . .	493
§ 2. Empirische und abstrakte Gegenstände . . . . .	494
§ 3. Lokale und universale Aussagen . . . . .	496
§ 4. Individuen . . . . .	497
§ 5. Klassen und Anhäufungen von Gegenständen . . . . .	497
§ 6. Zustände . . . . .	499
§ 7. Veränderung . . . . .	499
§ 8. Paradox der Veränderung . . . . .	501
§ 9. Zuordnung . . . . .	503
§ 10. Funktion . . . . .	504
§ 11. Empirische Zusammenhänge . . . . .	505
§ 12. Paradoxe von Zusammenhängen . . . . .	506
§ 13. Kausalzusammenhänge . . . . .	508

§ 14. Geordnete Reihe . . . . .	509
§ 15. Struktur . . . . .	510
§ 16. Raum- und Zeit-Termini . . . . .	511
§ 17. Zwei Beispiele für Folgerungen aus Definitionen . . . . .	514
§ 18. Prädikation von Raum und Zeit . . . . .	515
§ 19. Deduktion . . . . .	519

Anmerkungen . . . . .	521
-----------------------	-----

Literaturverzeichnis . . . . .	565
--------------------------------	-----

Verzeichnis der wichtigsten Symbole . . . . .	577
---	-----

Personenregister . . . . .	581
----------------------------	-----

Sachregister . . . . .	585
------------------------	-----