

Inhalt

1	Tensorielle Aspekte der Vektoralgebra	9
1.1	Vektoren	9
1.1.1	Vektoreigenschaften	12
1.1.2	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	13
1.1.3	Das Skalarprodukt von Vektoren	14
1.1.4	Orthogonale Koordinatentransformation	16
1.1.5	Der Vektorraum über dem Körper der reellen Zahlen	20
1.1.6	Das Vektorprodukt von Vektoren	22
1.1.7	Das Spatprodukt von Vektoren	27
1.1.8	Spiegelungsmatrizen	28
1.1.9	Der Zerlegungssatz	29
1.1.10	Multilinearformen	31
2	Einführung beliebiger Grundsysteme	35
2.1	Das beliebige Grundsystem	35
2.1.1	Das ko- und kontravariante Grundsystem	38
2.1.2	Die ko- und kontravarianten Metrikoeffizienten	42
2.1.3	Vektor im ko- und kontravarianten Grundsystem	45
2.1.4	Physikalische Komponenten des Vektors	45
2.1.5	Beziehungen zwischen den ko- und kontravarianten Vektorkomponenten	46
2.2	Operationen in Komponentendarstellung	47
2.2.1	Die Vektoraddition und das Skalarprodukt	47
2.2.2	Das Vektorprodukt in Komponentendarstellung	49
2.2.3	Das Spatprodukt in Komponentendarstellung	51
2.2.4	Das zweifache Spatprodukt	51
2.2.5	Wechsel des Bezugssystems	54
3	Tensoren	63
3.1	Tensoroperationen	67
3.1.1	Der Tensorraum $\mathcal{W}$ über dem Körper der reellen Zahlen	68

3.2	Tensoren 2. Stufe	69
3.2.1	Verschiedene Darstellungen und die Verjüngung	69
3.2.2	Physikalische Komponenten des Tensors	71
3.2.3	Verschiedene Arten von Tensorkomponenten	72
3.2.4	Tensorkomponenten bei Wechsel des Bezugssystems	73
3.2.5	Der Einheitstensor	74
3.2.6	Symmetrische Tensoren 2. Stufe	77
3.2.7	Antisymmetrische Tensoren 2. Stufe	78
3.2.8	Spur des Tensors, Kugeltensor und Deviator	81
3.3	Die Punkttransformation	84
3.4	Die Hauptachsentransformation	85
3.5	Tensoren k -ter Stufe	91
3.6	Der antisymmetrische Tensor 3. Stufe	93
3.6.1	Anwendungen des $e^{(3)}$ Tensors	96
3.7	Der Kronecker-Tensor 6. Stufe	98
4	Beliebige ortsabhängige Koordinatensysteme	101
4.1	Wechsel zwischen Koordinatensystemen	110
4.2	Gradient, Divergenz und Rotation von Tensorfeldern	114
4.2.1	Der Gradient eines Skalarfeldes	114
4.2.2	Divergenz eines Vektors und die Christoffel-Symbole	118
4.2.3	Der Rotor eines Vektors	120
4.2.4	Das Transformationsverhalten der Christoffel-Symbole	123
4.2.5	Der Gradient eines Vektors	126
4.2.6	Der Gradient eines Tensors 2. Stufe	128
4.2.7	Die kovariante Ableitung der Metrikkoeffizienten	129
4.3	Beispiele für die Differentiation von Tensorfeldern	131
4.3.1	Mehrfache Anwendung des Gradienten	136
4.3.2	Der Laplace-Operator	136
4.3.3	Der Riemann-Christoffel-Tensor	140
4.4	Integralsätze	142
4.4.1	Der Stokessche Integralsatz	145
4.4.2	Der Gaußsche Integralsatz	151
4.5	Eine Anwendung der Integralsätze	156
4.5.1	Der Fundamentalsatz der Vektoranalysis	157
5	Lösungen und Lösungshinweise	159
	Literatur	176
	Sachregister	178