

BAND 1: THEORIE

0. Einleitung.....	1
---------------------------	----------

A. GRUNDLAGEN

1. Entwicklung des Koordinatenbegriffs.....	10
1.1. Geographie.....	10
1.2. Affine und projektive Geometrie.....	16
1.3. Differentialgeometrie.....	21
1.4. Geodäsie und Kartographie.....	25
1.5. Spezielle Koordinaten.....	35
2. Bezeichnungen und Konventionen.....	39
2.1. Mengen und topologische Räume.....	39
2.2. Gruppen.....	43
2.3. Matrizen.....	49
2.4. Multilinearformen und Tensoren.....	57
2.5. Polynome.....	66

B. GEOMETRIE

3. Mannigfaltigkeiten.....	71
3.1. Stetige Koordinatensysteme.....	71
3.2. Glatte Mannigfaltigkeiten.....	74
3.3. Kurven und Tangentialräume.....	77
3.4. Vektorbündel.....	81
3.5. Differential und äußere Ableitung.....	86
3.6. Zerlegung der Eins.....	95
3.7. Orientierte Mannigfaltigkeiten.....	103
3.8. Integration von Differentialformen.....	107
3.9. Der Satz von Stokes.....	111
4. Riemannsche Räume.....	114
4.1. Der Metriktensor.....	114
4.2. Christoffelsymbole und kovariante Ableitungen.....	118
4.3. Normalkoordinaten.....	124
4.4. Krümmung.....	129

4.5. Rauminhalt.....	137
4.6. Dualität.....	146
4.7. Klassische Vektoranalysis.....	150
5. Physikalische Anwendungsbeispiele.....	161
5.1. Mechanik.....	161
5.2. Hydrodynamik.....	167
5.3. Relativitätstheorie.....	173
5.4. Elektromagnetismus.....	176
5.5. Optik.....	183
5.6. Quantenmechanik.....	188
6. Funktionentheorie.....	191
6.1. Elementare Eigenschaften der komplexen Zahlen.....	191
6.2. Konvergenz von Funktionenfolgen.....	194
6.3. Potenzreihen.....	199
6.4. Analytische Fortsetzung.....	206
6.5. Holomorphe Funktionen.....	212
6.6. Winkeltreue Transformationen.....	226
6.7. Liegruppen.....	234
6.8. Liealgebren.....	238
7. Projektive Geometrie.....	247
7.1. Affine und projektive Koordinaten.....	247
7.2. Projektivitäten.....	256
7.3. Das Doppelverhältnis.....	261
7.4. Der Satz von Bézout.....	269
7.5. Ebene algebraische Kurven.....	280
7.6. Stereographische Abbildung.....	288
7.7. Höherdimensionale Räume.....	294

C. DREHUNGEN

8. Orthogonale Gruppen.....	296
8.1. Isometrien und euklidische Bewegungen.....	296
8.2. Die Exponentialabbildung.....	302
8.3. Rationale Parametrisierung.....	312
9. Lineare Transformationen komplexer Räume.....	319
9.1. Pauli-Matrizen.....	319
9.2. Cayley-Klein-Parameter.....	323
9.3. Die Drehimpulsalgebra.....	328
9.4. Gaußsche Mutationen des Raumes.....	337

9.5. Eulersche Winkel.....	340
9.6. Elementargeometrie der Riemannschen Zahlkugel.....	343
10. Quaternionen.....	354
10.1. Der Schiefkörper der Quaternionen.....	354
10.2. Links- und Rechtsmultiplikation.....	360
10.3. Drehungen der Quaternionenalgebra.....	363
10.4. Darstellung durch komplexe Matrizen.....	368
10.5. Endliche Gruppen von Quaternionen.....	372
11. Oktaven.....	380
11.1. Verdopplungsverfahren nach Cayley und Dickson.....	380
11.2. Alternative Divisionsalgebren.....	390
11.3. Der Satz von Hurwitz.....	405
11.4. Quadratische Algebren.....	412
11.5. Parallelisierbarkeit und reguläre Vielbeine.....	426
12. Hopfabbildungen.....	430
12.1. Homotopiegruppen von Sphären.....	430
12.2. Homotopieinvarianten.....	434
12.3. Winkelverdopplung und klassische Hopffaserung.....	439
12.4. Verallgemeinerungen.....	445
12.5. Geometrische Besonderheiten.....	449
13. Spinoren.....	453
13.1. Schurerweiterungen der symmetrischen Gruppen.....	453
13.2. Spingruppen.....	467
13.3. Graßmannalgebren.....	471
13.4. Cliffordalgebren.....	477
13.5. Diracmatrizen.....	487
14. Lorentztransformationen.....	493
14.1. Die Poincarégruppe.....	493
14.2. Boosts.....	500
14.3. Komplexe Lorentzmatrizen.....	509
14.4. Beschreibung mittels Quaternionen.....	517
14.5. Darstellungstheorie der Lorentzgruppe.....	523

D. SPIEGELUNGEN

15. Coxetergruppen.....	529
15.1. Diskrete Symmetrien.....	529
15.2. Invariantentheorie; der Satz von Molien.....	533
15.3. Freie Invariantenringe.....	539

15.4. Spiegelungsgruppen.....	551
15.5. Fundamentalsysteme.....	559
15.6. Die euklidischen Coxetergruppen.....	567
16. Invariantenringe endlicher Weylgruppen.....	575
16.1. Wurzelsysteme.....	575
16.2. Weylgruppen.....	590
16.3. Elementarsymmetrische Funktionen.....	600
17. Basisinvarianten.....	606
17.1. Generische Weylgruppen (A, B, D)	606
17.2. Weylgruppen vom Typ E	608
17.3. Weylgruppen der Typen F, G, H, I	624
17.4. Basisgrade.....	636

BAND 2: ANWENDUNGEN

E. GITTER

18. Elliptische Funktionen und Modulformen.....	638
18.1. Doppeltperiodische Funktionen.....	638
18.2. Weierstraßfunktionen.....	644
18.3. Die Modulgruppe.....	655
18.4. Modulformen.....	662
18.5. Spitzenformen.....	673
18.6. Modulfunktionen; die J -Invariante.....	679
19. Euklidische Gitter.....	689
19.1. Grundlagen der Gittertheorie.....	689
19.2. Thetafunktionen.....	699
19.3. Das Gossetgitter.....	713
19.4. Die Niemeiergitter.....	718
20. Lineare Codes.....	727
20.1. Verschlüsselung von Informationen.....	727
20.2. Der Hexacode.....	731
20.3. Der binäre Golaycode.....	739
20.4. Miracle Octad Generator.....	752
20.5. Alternativkonstruktionen des Golaycodes.....	758
20.6. Steinersysteme und Mathieugruppen.....	768
21. Das Leechgitter.....	782
21.1. Eindeutigkeit des Leechgitters.....	782

21.2. Explizite Darstellungen.....	790
21.3. Automorphismen.....	793
21.4. Löcher im Leechgitter.....	800
21.5. Invarianten der Conwaygruppe.....	807
21.6. Lorentzgitter und sporadische Gruppen.....	820

F. SPHÄREN

22. Harmonische Funktionen.....	838
22.1. Die Sätze von Green.....	838
22.2. Dirichlet's Prinzip.....	845
22.3. Das Poisson-Integral.....	855
22.4. Potentialfunktionen.....	863
23. Kugelflächenfunktionen.....	867
23.1. Sphärische Harmonische.....	867
23.2. Legendrepolynome.....	871
23.3. Orthogonalfunktionen auf der 2-Sphäre.....	882
23.4. Clebsch-Gordan-Koeffizienten.....	898
24. Gitterintegration.....	914
24.1. Stützstellen und Gewichte.....	914
24.2. Numerische Integration nach Gauß.....	921
24.3. Einfache Beispiele.....	929
24.4. Integration mittels des Gossetgitters.....	936
24.5. Übertragung durch Hopfabbildungen.....	942
25. Sphärische Designs.....	946
25.1. Gleichgewichtige Integrationsverfahren.....	946
25.2. Dichte Designs.....	952
25.3. Optimale Integration auf der 2-Sphäre.....	957
25.4. Die Hypersphäre.....	967
25.5. Numerische Integration mit sehr hoher Genauigkeit.....	977
25.6. Vierdimensionale Wurzelsysteme und Quaternionen.....	982

G. KOORDINATENSYSTEME

26. Lineare und reduzible Koordinaten.....	986
26.1. Kartesische und schiefwinklige Bezugssysteme.....	986
26.2. Polarkoordinaten.....	992
26.3. Klassische Zylinderkoordinaten.....	996
26.4. Separable isotherme Systeme.....	998

27. Dreidimensionale Stckelkoordinaten.....	1007
27.1. Rotationssymmetrie.....	1007
27.2. Stckelrume.....	1016
27.3. Klassifikation der Stckelmetriken.....	1021
27.4. Bipolarkoordinaten.....	1030
28. Konfokale Koordinaten.....	1038
28.1. Orthogonale Quadrikenscharen.....	1038
28.2. Metrik und Differentialoperatoren.....	1046
28.3. Separation der Potentialgleichung.....	1054
28.4. Lamfunktionen.....	1059
28.5. Geodten auf dem Ellipsoid.....	1065
29. Gauß-Krger-Koordinaten.....	1069
29.1. Soldner's Parametrisierung des Sphroids.....	1069
29.2. Reihenentwicklungen.....	1078
29.3. Transversale Merkatorprojektion.....	1084
29.4. Erdfigur nach Bessel.....	1096
29.5. Neuere Erdmodelle.....	1101
30. Koordinaten fr besondere Anwendungen.....	1105
30.1. Clairautkoordinaten.....	1105
30.2. Rochekoordinaten.....	1110
30.3. Ebene Weylkoordinaten.....	1114
30.4. Weylkoordinaten im dreidimensionalen Raum.....	1119
30.5. Hherdimensionale Weylkoordinaten.....	1127

H. FORMELSAMMLUNG

Berechnung und Organisation der Tabellen.....	1133
Koordinaten in $\mathbb{R}^2$.....	1137
Kartesische Koordinaten.....	1137
Polarkoordinaten.....	1140
Parabelkoordinaten.....	1143
Elliptische Koordinaten.....	1146
Konfokale Koordinaten.....	1149
Bipolarkoordinaten.....	1153
Zweieckskoordinaten.....	1157
Dreieckskoordinaten.....	1160
Viereckskoordinaten.....	1163
Fnfteckskoordinaten.....	1166
Sechseckskoordinaten.....	1169

Koordinaten in $\mathbb{R}^3$	1172
Kartesische Koordinaten.....	1172
Zylinderkoordinaten.....	1175
Polarkoordinaten.....	1179
Geographische Koordinaten.....	1183
Parabolische Zylinderkoordinaten.....	1187
Elliptische Zylinderkoordinaten.....	1191
Konfokale Zylinderkoordinaten.....	1195
Paraboloidkoordinaten.....	1199
Elliptische Paraboloidkoordinaten.....	1203
Ellipsoidkoordinaten (gestreckt).....	1208
Ellipsoidkoordinaten (abgeplattet).....	1212
Sphäroidkoordinaten (gestreckt).....	1216
Sphäroidkoordinaten (abgeplattet).....	1220
Kegelkoordinaten.....	1224
Konfokale Koordinaten.....	1229
Bizylinderkoordinaten.....	1235
Bisphärische Koordinaten.....	1239
Toruskoordinaten.....	1244
Tetraederkoordinaten.....	1249
Oktaederkoordinaten.....	1254
Ikosaederkoordinaten.....	1260
Koordinaten in $\mathbb{R}^4$	1266
Kartesische Koordinaten.....	1266
Zylinderkoordinaten vom Typ (1,3).....	1269
Zylinderkoordinaten vom Typ (2,2).....	1273
Polarkoordinaten.....	1277
Geographische Koordinaten.....	1281
Doppelpolarkoordinaten.....	1285
Konfokale Koordinaten.....	1289

ANHANG

Literaturhinweise	1298
Register	1321