

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Kapitel 1. Einleitung: Der euklidische Raum	1
Aufgaben	5
Kapitel 2. Elementargeometrische Figuren und ihre Eigenschaften	7
2.1. Die Gerade	7
2.1.1. Die Strahlensätze	7
2.1.2. Der Satz von Pappos	10
2.1.3. Der Strahlensatz im Raum	12
2.1.4. Der Satz von Desargues	14
2.2. Das Dreieck	15
2.2.1. Die Innen- und Außenwinkel des Dreiecks	16
2.2.2. Höhensatz, Kathetensatz, Satz von Pythagoras	18
2.2.3. Die Kongruenz- und Ähnlichkeitssätze	21
2.2.4. Der Satz von Menelaos	22
2.2.5. Der Satz von Ceva	24
2.2.6. Besondere Linien des Dreiecks	25
2.2.7. Die Eulersche Gerade eines Dreiecks	29
2.2.8. Der Flächeninhalt des Dreiecks, die Heronsche Formel	30
2.2.9. Die In-, Um- und Ankreise des Dreiecks	32
2.3. Der Kreis	34
2.3.1. Sehnen, Sekanten und Tangenten am Kreis	34
2.3.2. Umfangswinkel und Mittelpunktswinkel	39
2.3.3. Der Feuerbachsche Kreis eines Dreiecks	41
2.3.4. Die Simonsche und die erste Steinersche Gerade	42
2.3.5. Sehnen- und Tangentenvierecke an den Kreis	43
2.3.6. Inversion am Kreis	44
2.3.7. Der Satz von Ptolemaios über 4 Punkte auf dem Kreis	48
2.4. Die Kegelschnitte	49
2.4.1. Der Schnitt einer Ebene mit einem Kegel	49
2.4.2. Die numerische Exzentrizität und der Parameter	50
2.4.3. Die Brennpunkte und Brenngeraden	52
2.4.4. Einige Eigenschaften von Kegelschnitten	55
2.4.5. Eine Kurve höheren Grades	58
2.5. Flächen und Körper	61

2.5.1. Rotationsflächen und Rotationskörper	61
2.5.2. Kegel und Zylinder	63
2.5.3. Die Eulersche Polyederformel	64
2.5.4. Die platonischen Körper	65
Aufgaben	69
Kapitel 3. Symmetrien der Ebene und des Raumes	75
3.1. Affine Abbildungen und Schwerpunkte	75
3.2. Projektionen und ihre Eigenschaften	79
3.3. Zentrische Streckungen und Translationen	82
3.4. Ebene Isometrien und Ähnlichkeitstransformationen	87
3.5. Komplexe Schreibweise der Transformationen in der Ebene	97
3.6. Elementare Transformationen des Raumes $\mathcal{E}^3$	98
3.7. Diskrete Untergruppen der ebenen Transformationsgruppe	104
3.8. Endliche Untergruppen der räumlichen Transformationsgruppe	113
Aufgaben	118
Kapitel 4. Hyperbolische Geometrie	127
4.1. Der axiomatische Aufbau der Elementargeometrie	127
4.2. Das Poincaré-Modell	132
4.3. Das Scheibenmodell	140
4.4. Ausgewählte Eigenschaften der hyperbolischen Ebene	141
4.5. Drei Typen von hyperbolischen Isometrien	145
4.6. Fuchssche Gruppen	149
Aufgaben	157
Kapitel 5. Sphärische Geometrie	161
5.1. Der Raum $\mathbb{S}^2$	161
5.2. Großkreise in $\mathbb{S}^2$	162
5.3. Die Isometriegruppe von $\mathbb{S}^2$	166
5.4. Die Möbius-Gruppe von $\mathbb{S}^2$	167
5.5. Ausgewählte Eigenschaften der sphärischen Geometrie	168
Aufgaben	174
Literatur	177
Symbolverzeichnis	181
Namens- und Sachverzeichnis	183
Anhang A. Rahmenplan Geometrie für Berliner Schulen	189