

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Modellbildung, mathematische Formulierung	1
1.2	Nichtlineare Programme	2
1.3	Einteilung von nichtlinearen Programmen	3
1.4	Ausblick	4
1.5	Zur Anwendung in der Praxis	5

Teil I Lineare Programmierung

2	Lineare Programme, Beispiele und Definitionen	9
2.1	Definition und Anwendungen	9
2.2	Das Diätproblem	10
2.3	Beispiel zum Flugplanentwurf	12
2.4	Die Standardform	13
2.5	Geometrische Grundlagen	16
3	Das Simplexverfahren	23
3.1	Lineare Gleichungssysteme und Basen	23
3.2	Das spezielle Simplexformat	26
3.3	Durchführung der Simplexmethode	31
3.3.1	Benachbarte Basen	31
3.3.2	Abbruchkriterien	34
3.3.3	Geometrische Interpretation	36
3.3.4	Simplexschritt	36
3.3.5	Allgemeine Simplexmethode	39
3.4	Die lexikographische Simplexmethode	41
3.5	Ein Hilfsproblem für den Startpunkt	44
3.6	Zusammenfassung	46
3.7	Dualität bei linearen Programmen	48
3.7.1	Der Dualitätssatz	48
3.7.2	Duale Simplexmethode	54
3.8	Beispiel für eine Sensitivitätsanalyse	58
3.9	Übungsaufgaben	63

4	Innere- Punkte- Methoden für Lineare Programme	67
4.1	Exkurs: Newton-Verfahren, Konvergenzraten	68
4.1.1	Anwendung: Newton-Verfahren	69
4.1.2	Konvergenzgeschwindigkeiten, O -Notation	71
4.2	Der Innere- Punkte- Ansatz	72
4.2.1	Das primal- duale System	73
4.2.2	Der zentrale Pfad	74
4.2.3	Newton-Verfahren für das primal- duale System	77
4.2.4	Lösung der linearen Gleichungssysteme	77
4.3	Analyse des Newton- Schrittes	79
4.4	Ein Kurz- Schritt- Algorithmus	80
4.5	Konvergenz von Innere- Punkte- Verfahren	82
4.6	Zur Konvergenzrate des Kurz- Schritt- Verfahrens	85
4.7	Ein praktisches Innere- Punkte- Verfahren	88
4.8	Ein Trick zur Berechnung von Startpunkten	93
4.8.1	Selbstduale lineare Programme	93
4.8.2	Zusammenhang mit anderen linearen Programmen	94
4.9	Übungsaufgaben	97
5	Lineare Optimierung: Anwendungen, Netzwerke	101
5.1	Das Transportproblem	101
5.1.1	Problemstellung und Grundbegriffe der Graphentheorie	101
5.1.2	Simplexverfahren zur Lösung des Transportproblems	108
5.2	Das Transshipment- Problem	113
5.3	Bestimmung kürzester und längster Wege in einem Netzwerk	117
5.3.1	Reduktion auf ein Transshipment- Problem	117
5.3.2	Die Methode von Dantzig	117
5.3.3	Der Algorithmus von Dijkstra	119
5.3.4	Die Methode von Fulkerson	120
5.4	Übungsaufgaben	122

Teil II Nichtlineare Minimierung I

6	Minimierung ohne Nebenbedingungen	127
6.1	Minimierung skalarer Funktionen, direkte Suchverfahren	129
6.1.1	Das Verfahren des goldenen Schnitts zur Bestimmung des Minimums einer unimodalen Funktion	130
6.1.2	Verallgemeinerung auf stetiges $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$	132
6.2	Nichtrestringierte Minimierung, Abstiegsmethoden	135
6.2.1	Einfache Grundlagen	135
6.2.2	Einige negative Beispiele	136
6.2.3	Abstiegsverfahren	139
6.2.4	Steilster Abstieg für konvexe quadratische Funktionen	146
6.3	Konjugierte- Gradienten Verfahren (cg-Verfahren)	148

6.3.1	Präkonditionierung	153
6.3.2	Das Verfahren von Polak-Ribière	154
6.4	Trust-Region Verfahren zur Minimierung ohne Nebenbedingungen	155
6.5	Das Newton-Verfahren	163
6.5.1	Der Satz von Newton-Kantorovich	163
6.5.2	Affine Invarianz	169
6.5.3	Interpretation des Newton-Verfahrens als Trust-Region Verfahren	172
6.6	Quasi-Newton-Verfahren	173
6.6.1	Nichtlineare Gleichungssysteme	173
6.6.2	Minimierung glatter Funktionen	177
6.7	Nichtlineare Ausgleichsprobleme	184
6.7.1	Gauß-Newton-Verfahren	186
6.7.2	Quasi-Newton Ansatz für Ausgleichsprobleme	189
6.8	Ein praktisches Anwendungsbeispiel	191
6.9	Übungsaufgaben	194
6.9.1	Allgemeine Aufgaben	194
6.9.2	Aufgaben zum Satz von Newton Kantorovich	196

Teil III Optimalitätsbedingungen

7	Konvexität und Trennungssätze	203
7.1	Allgemeine Grundlagen	204
7.2	Trennungssätze	209
7.2.1	Schwache Trennungssätze	209
7.2.2	Das relativ Innere einer konvexen Menge	211
7.2.3	Eigentliche Trennung	214
7.3	Polare Kegel und konvexe Funktionen	216
7.4	Übungsaufgaben	220
8	Optimalitätsbedingungen für konvexe Optimierungsprobleme	223
8.1	Konvexe Ungleichungssysteme	223
8.2	Die KKT-Bedingungen	228
8.3	Die Lagrangefunktion	230
8.4	Dualität bei konisch konvexen Programmen	233
8.5	Dualität bei semidefiniten Programmen	237
8.6	Übungsaufgaben	241
9	Optimalitätsbedingungen für allgemeine Optimierungsprobleme	243
9.1	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	243
9.1.1	Tangentialkegel und Regularität	243

9.1.2	Der Satz von Kuhn und Tucker	249
9.1.3	Beweis von Satz 9.1.14	250
9.2	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	256
9.3	Sensitivität der Lösungen	263
9.4	Übungsaufgaben	269

Teil IV Nichtlineare Minimierung II

10	Projektionsverfahren	273
10.1	Allgemeine Konvergenzeigenschaften	275
10.2	Der Spezialfall affiner Nebenbedingungen	282
10.3	Quadratische Optimierungsprobleme	286
10.4	Übungsaufgaben	291
11	Penalty-Funktionen und die erweiterte Lagrangefunktion ..	293
11.1	Straffunktionen und Penalty-Verfahren	293
11.2	Differenzierbare exakte Penalty-Funktionen	298
11.3	Übungsaufgaben	312
12	Barrieremethoden und primal-duale Verfahren	315
12.1	Klassische Barrieremethoden	315
12.1.1	Das Konzept der Barrieremethoden	315
12.1.2	Ein allgemeines Barriereverfahren	316
12.2	Ein Primal-Duales Innere-Punkte-Verfahren	319
12.3	Beziehungen zwischen beiden Verfahren	321
12.3.1	Vergleich der Newton-Schritte	322
12.3.2	Unterschiede bei beiden Verfahren	324
12.4	Übungsaufgaben	325
13	SQP-Verfahren	327
13.1	Der SQP-Ansatz	328
13.2	Quasi-Newton-Updates	330
13.3	Konvergenz	332
13.3.1	Modifikation zur globalen Konvergenz	333
13.3.2	Der Maratos-Effekt	336
13.3.3	Schlussbemerkung	337
13.4	Übungsaufgaben	338
14	Global konvergente Verfahren	339
14.1	Trust-Region-Methoden II	339
14.2	Filter-Verfahren	349
14.3	Übungsaufgaben	353

15 Innere-Punkte-Verfahren für konvexe Programme	355
15.1 Theoretische Grundlagen	355
15.1.1 Ein konvexes Programm und Voraussetzungen	356
15.1.2 Die Methode der Zentren	357
15.1.3 Selbstkonkordanz	359
15.1.4 Assoziierte Normen zu selbstkonkordanten Barrierefunktionen	364
15.1.5 Das Newton-Verfahren zur Minimierung selbstkonkordanter Funktionen	368
15.1.6 θ -selbstkonkordante Barrierefunktionen und äußere ellipsoidale Approximationen	371
15.1.7 Ein einfacher Modellalgorithmus	377
15.2 Ein implementierbares Verfahren	382
15.2.1 Probleme mit linearen Gleichungen als Nebenbedingungen	382
15.2.2 Die Berücksichtigung linearer Gleichungen im Newton-Verfahren	383
15.2.3 Berechnung eines strikt zulässigen Startpunktes	386
15.2.4 Ein primaler Prediktor - Korrektoren - Algorithmus	389
15.2.5 Einige Anwendungen	393
15.3 Übungsaufgaben	395
16 Semidefinite Programme	403
16.1 Notation und einige Grundlagen	403
16.1.1 Ein semidefinites Programm und seine duale Form	404
16.1.2 Darstellung des zentralen Pfades	406
16.2 Ein primal-duales Verfahren	407
16.2.1 Bestimmung der Newtonrichtungen	408
16.2.2 Die Klasse MZ	408
16.2.3 Numerischer Aufwand zur Lösung der linearen Gleichungssysteme	410
16.2.4 Einige spezielle Suchrichtungen	412
16.2.5 Skalierungsinvarianz	415
16.2.6 Konvergenz eines Kurzschrittverfahrens	416
16.3 Anwendungen	417
16.3.1 Lyapunovungleichung	417
16.3.2 Strikte Matrixungleichungen	419
16.3.3 Eigenwertoptimierung	419
16.3.4 Das Schurkomplement	420
16.3.5 Ein Rezept zur Lagrangedualität	421
16.4 Anwendungen auf kombinatorische Probleme	426
16.4.1 Das Problem der maximalen stabilen Menge	427
16.4.2 Das Max-Cut Problem	434
16.4.3 Das Graphenpartitionierungsproblem	442
16.4.4 Lineare 0-1-Programme	444

16.4.5 Nichtlineare semidefinite Programme.....	447
16.5 Übungsaufgaben	451
17 Direkte Suchverfahren bei mehreren Variablen	453
17.1 Die „Simplexmethode“ von Nelder und Mead.....	453
17.2 Das Kriging-Verfahren	456
17.2.1 Modellbildung	457
17.2.2 Minimierungsschritt	460
17.3 Übungsaufgaben	461
Literaturverzeichnis	463
Index	471