

Integralgleichungen

Von Prof. Dr. Pavel Drábek
und Prof. Dr. Alois Kufner



B. G. Teubner Verlagsgesellschaft
Stuttgart • Leipzig 1996

Inhalt

Einführung	11
1 Einige Aufgaben, die auf Integralgleichungen führen	11
2 Klassifikation von Integralgleichungen	17
2.1 Lineare Integralgleichungen	17
2.2 Nichtlineare Integralgleichungen	18
2.3 Systeme von Integralgleichungen	19
2.4 Integralgleichungen mit mehreren Veränderlichen	20
2.5 Integrodifferentialgleichungen	20
2.6 Beispiele	21
3 Der Integraloperator. Eigenfunktionen und charakteristische Werte	23
3.1 Der Integraloperator	23
3.2 Charakteristische Werte und Eigenfunktionen	24
4 Die Methode der schrittweisen Näherungen	28
4.1 Die Fredholmsche Integralgleichung zweiter Art	28
4.2 Die Volterrasche Integralgleichung zweiter Art	32
4.3 Iterierte Kerne	36
4.4 Die Resolvente	37
4.5 Aufgaben	40
Spezielle Integralgleichungen. Allgemeine Aussagen zur Lösbarkeit	41
5 Gleichungen mit Faltungskern	41
5.1 Faltung zweier Funktionen	41
5.2 Die Laplace-Transformierte der Gleichung (5.1).	42
5.3 Übergang zur ursprünglichen Gleichung	42
5.4 Aufgaben	46
6 Integralgleichungen mit ausgeartetem Kern	47
6.1 Der ausgeartete Kern	47
6.2 Die Lösbarkeit der Gleichungen mit ausgeartetem Kern	51

7 Die Fredholmsche Alternative	57
7.1 Der transponierte Kern	57
7.2 Orthogonalität zweier Funktionen	58
7.3 Lösbarkeit einer Fredholmschen Integralgleichung zweiter Art für beliebige Parameterwerte λ	59
7.4 Fredholmsche Alternative	65
7.5 Eine praktische Bemerkung	66
7.6 Aufgaben	68
Lösbarkeit von Integralgleichungen	69
8 Operatoren in normierten Vektorräumen	69
8.1 Normierter Vektorraum, Skalarprodukt	69
8.2 Lineare Operatoren	75
8.3 Die Norm eines beschränkten linearen Operators	76
8.4 Eigenwerte und Eigenelemente eines linearen Operators. Spektrum eines linearen Operators	78
8.5 Selbstadjungierte Operatoren	79
9 Selbstadjungierte Integraloperatoren	83
9.1 Eigenwerte und Eigenfunktionen selbstadjungierter Integraloperatoren	87
9.2 Aufgaben	92
10 Bilineare Zerlegung eines symmetrischen Kerns	93
10.1 Das maximale ONS eines Kerns	93
10.2 Bilineare Zerlegung der iterierten Kerne	98
10.3 Der Satz von Hilbert-Schmidt und seine Folgerungen	103
10.4 Aufgaben	108
11 Lösbarkeit von Gleichungen mit symmetrischem Kern	110
11.1 Die eindeutige Lösbarkeit	110
11.2 Der Fall eines charakteristischen Wertes $\lambda, \lambda \neq 0$	112
11.3 Die Resolvente	113
11.4 Hermitesche Kerne	115
11.5 Fredholmsche Alternative für einen stetigen Kern (Beweisprinzip)	117
11.6 Aufgaben	119
12 Integralgleichungen erster Art	120
12.1 Volterrasche Integralgleichungen erster Art	120
12.2 Fredholmsche Integralgleichungen erster Art	123

12.3 Aufgaben	124
Der Zusammenhang zwischen Integral- und Differential- gleichungen	125
13 Das Sturm-Liouvillesche Problem	125
13.1 Eine Randwertaufgabe	125
13.2 Übergang zur Integralgleichung	128
13.3 Eigenwerte und Eigenfunktionen des Sturm-Liouvilleschen Pro- blems	129
13.4 Parameterabhängige Randwertaufgaben.	133
13.5 Aufgaben	136
Einige Approximationsmethoden	137
14 Die Methode der Quadraturformeln	137
14.1 Fredholmsche Integralgleichung zweiter Art	138
14.2 Fredholmsche Integralgleichung erster Art	144
14.3 Volterrasche Integralgleichung zweiter Art	146
14.4 Volterrasche Integralgleichung erster Art	148
14.5 Nichtlineare Integralgleichungen.	150
14.6 Aufgaben	152
15 Die Momentenmethode, die Methode der kleinsten Quadrate und die Kollokationsmethode	153
15.1 Die Momentenmethode	153
15.2 Die Methode der kleinsten Quadrate.	159
15.3 Die Kollokationsmethode.	162
15.4 Aufgaben	163
Lösungen und Lösungshinweise	165
Literatur	168
Sachregister	169