

Chaostheorie

Zur Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme

Von
o. Universitätsprofessor
Dr. Otto Loistl
und
Iro Betz

Dritte, ergänzte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

INHALTSVERZEICHNIS

1. <i>Einleitung</i>	1
2. <i>Starkes und schwaches Kausalitätsprinzip</i>	6
2.1 Das schwache Kausalitätsprinzip	6
2.2 Das starke Kausalitätsprinzip	7
3. <i>Einführung notwendiger Grundbegriffe</i>	11
3.1 Konservative Systeme	12
3.2 Dissipative Systeme	12
3.3 Volumenkontraktion	13
3.4 Attraktoren	15
3.4.1 Definition von Grenzmengen	15
3.4.2 Definition von Attraktoren	17
3.4.3 Fixpunktattraktoren	17
3.4.4 Zyklische Attraktoren	18
3.4.5 Torus-Attraktoren	19
3.4.6 Seltsame Attraktoren	20
3.5 Qualitative Änderung von Attraktoren	21
3.5.1 Periodenverdopplung	21
3.5.2 Hopf-Bifurkation	22
3.5.3 Sattelpunkt- oder Tangentenbifurkation und Intermittenz	23
3.6 Chaotisches Verhalten am Beispiel der logistischen Abbildung	24
4. <i>Eingrenzung des Begriffes "Chaos"</i>	36
4.1 Ethymologische Herleitung der Bezeichnung Chaos	36
4.2 Definitionen von Chaos	37
4.2.1 Definitionen von chaotischem Verhalten in eindimensionalen dynamischen Systemen	37
4.2.1.1 Die Definition von Chaos nach Li/Yorke	39
4.2.1.2 Die Definition von Chaos nach Devaney	42
4.2.2 Definition chaotischen Verhaltens in mehr-dimensionalen dynamischen Systemen	44
4.2.2.1 Definition chaotischen Verhaltens nach Marotto	45
4.2.2.2 Definition chaotischen Verhaltens nach Diamond	46
4.3 Eine "working definition" für Chaos	48

5. Methoden zur Charakterisierung chaotischen Verhaltens	50
5.1 Spektralanalyse	50
5.1.1 Beschreibung im Zeitbereich	51
5.1.2 Beschreibung im Frequenzbereich	52
5.1.3 Schätzung des Spektrums	53
5.1.4 Interpretation des Spektrums	55
5.2 Lyapunov-Exponenten	56
5.2.1 Der Lyapunov-Exponent eines ein-dimensionalen zeitdiskreten Systems	58
5.2.2 Das Spektrum der Lyapunov-Exponenten in höher- dimensionalen Systemen	59
5.2.3 Methoden zur Schätzung von Lyapunov-Exponenten . . .	64
5.2.3.1 Rekonstruktion des Phasenraums	65
5.2.3.2 Poincaré-Abbildungen	68
5.2.3.3 Die Lorenz-Abbildung	69
5.2.3.4 Der Algorithmus von Benettin	70
5.2.3.5 Der Wolf-Algorithmus	72
5.2.3.6 Der Ruelle-Algorithmus	73
5.2.3.7 Der Kurths-Herzel-Algorithmus	75
5.2.3.8 Der Briggs-Algorithmus	76
5.2.3.9 Einschätzung der vorgestellten Algorithmen . . .	77
5.3 Dimensions- und Entropiemaße	80
5.3.1 Die fraktale Dimension	80
5.3.2 Die Hausdorff-Dimension	83
5.3.3 Die Informationsdimension	85
5.3.4 Die verallgemeinerten Rényi-Dimensionen q -ter Ordnung .	87
5.3.5 Die Korrelationsdimension	88
5.3.6 Die Lyapunov-Dimension	93
5.3.7 Kolmogorov-Entropie	95
5.4 Die Beziehung zwischen K-Entropie, Lyapunov-Exponenten und Dimensionsmaßen	100
5.5 Die BDS-Statistik	102
6. Schlußbetrachtungen	105
6.1 Chaos in den Wirtschaftswissenschaften	105
6.2 Resümee	109
Literaturverzeichnis	110