

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlen	1
1.1	Die reellen Zahlen	1
1.2	Ordnungsrelation und Arithmetik auf $\mathbb{R}$	5
1.3	Maschinenzahlen	8
1.4	Rundung	10
1.5	Übungen	11
2	Reellwertige Funktionen	13
2.1	Grundbegriffe	13
2.2	Einige elementare Funktionen	17
2.3	Übungen	23
3	Trigonometrie	27
3.1	Winkelfunktionen am Dreieck	27
3.2	Fortsetzung der Winkelfunktionen auf $\mathbb{R}$	31
3.3	Zyklometrische Funktionen	33
3.4	Übungen	35
4	Komplexe Zahlen	39
4.1	Der komplexe Zahlbegriff	39
4.2	Die komplexe Exponentialfunktion	42
4.3	Abbildungseigenschaften komplexer Funktionen	44
4.4	Übungen	46
5	Folgen und Reihen	47
5.1	Der Begriff einer unendlichen Folge	47
5.2	Die Vollständigkeit der reellen Zahlen	53
5.3	Unendliche Reihen	56
5.4	Ergänzung: Häufungswerte von Folgen	59
5.5	Übungen	62

6	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	65
6.1	Der Begriff der Stetigkeit	65
6.2	Trigonometrische Grenzwerte	69
6.3	Nullstellen stetiger Funktionen	71
6.4	Übungen	73
7	Die Ableitung einer Funktion	75
7.1	Motivation	75
7.2	Die Ableitung	77
7.3	Interpretationen der Ableitung	81
7.4	Ableitungsregeln	83
7.5	Numerische Ableitung	89
7.6	Übungen	95
8	Anwendungen der Ableitung	97
8.1	Kurvendiskussion	97
8.2	Das Newtonverfahren	102
8.3	Regressionsgerade durch den Ursprung	107
8.4	Übungen	110
9	Fraktale und L-Systeme	113
9.1	Fraktale	113
9.2	Mandelbrot-Mengen	120
9.3	Julia-Mengen	121
9.4	Das Newtonverfahren in $\mathbb{C}$	122
9.5	L-Systeme	124
9.6	Übungen	128
10	Stammfunktionen	129
10.1	Unbestimmte Integrale	129
10.2	Integrationsformeln	132
10.3	Übungen	135
11	Bestimmte Integrale	137
11.1	Das Riemannintegral	137
11.2	Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung	143
11.3	Anwendungen des bestimmten Integrals	145
11.4	Übungen	148
12	Taylorreihen	151
12.1	Die Formel von Taylor	151
12.2	Der Satz von Taylor	155
12.3	Anwendungen der Taylorformel	156
12.4	Übungen	158

13	Numerische Integration	161
13.1	Quadraturformeln	161
13.2	Genauigkeit und Aufwand	166
13.3	Übungen	168
14	Kurven	171
14.1	Parametrisierte Kurven in der Ebene	171
14.2	Bogenlänge und Krümmung	178
14.3	Ebene Kurven in Polarkoordinaten	185
14.4	Parametrisierte Kurven im Raum	187
14.5	Übungen	189
15	Skalarwertige Funktionen in zwei Veränderlichen	193
15.1	Graph und Schnittkurven	193
15.2	Stetigkeit	195
15.3	Partielle Ableitungen	196
15.4	Die totale Ableitung	200
15.5	Richtungsableitung und Gradient	204
15.6	Die Taylorformel in zwei Veränderlichen	206
15.7	Lokale Maxima und Minima	208
15.8	Übungen	211
16	Vektorwertige Funktionen in zwei Veränderlichen	215
16.1	Vektorfelder und Jacobimatrix	215
16.2	Das Newtonverfahren in zwei Variablen	217
16.3	Parametrisierte Flächenstücke	219
16.4	Übungen	222
17	Integralrechnung in zwei Veränderlichen	225
17.1	Das Bereichsintegral	225
17.2	Anwendungen des Bereichsintegrals	231
17.3	Die Transformationsformel	234
17.4	Übungen	237
18	Lineare Regression	239
18.1	Einfache lineare Regression	239
18.2	Rudimente der Varianzanalyse	245
18.3	Multiple lineare Regression	249
18.4	Modellanpassung und Variablenwahl	252
18.5	Übungen	256
19	Differentialgleichungen	259
19.1	Anfangswertprobleme	259
19.2	Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung	262
19.3	Existenz und Eindeutigkeit der Lösung	267
19.4	Potenzreihenansatz	270

19.5	Qualitative Theorie	272
19.6	Lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung	273
19.7	Übungen	277
20	Systeme von Differentialgleichungen	281
20.1	Systeme linearer Differentialgleichungen	281
20.2	Systeme nichtlinearer Differentialgleichungen	292
20.3	Die Pendelgleichung	296
20.4	Übungen	301
21	Numerik von Differentialgleichungen	303
21.1	Das explizite Eulerverfahren	303
21.2	Stabilität und steife Probleme	306
21.3	Systeme von Differentialgleichungen	308
21.4	Übungen	310
A	Anhang: Vektorrechnung	313
A.1	Kartesische Koordinatensysteme	313
A.2	Vektoren	314
A.3	Vektoren im kartesischen Koordinatensystem	314
A.4	Das innere Produkt (Skalarprodukt)	317
A.5	Das äußere Produkt (Kreuzprodukt)	318
A.6	Geraden in der Ebene	319
A.7	Ebenen im Raum	321
A.8	Geraden im Raum	322
B	Anhang: Matrizen	325
B.1	Matrizenrechnung	325
B.2	Kanonische Form von Matrizen	329
C	Anhang: Ergänzungen zur Stetigkeit	335
C.1	Stetigkeit der Umkehrfunktion	335
C.2	Grenzfunktionen von Funktionenfolgen	336
C.3	Die Exponentialreihe	339
C.4	Lipschitz- und gleichmäßige Stetigkeit	343
D	Beschreibung der ergänzenden Software	347
	Literaturverzeichnis	349
	Sachverzeichnis	351